

# MATHÉMATIQUES

N° de candidat-e :

Nom :

Prénom :

Date de naissance :

- 
- La durée de cet examen est de 120 minutes.
  - Les solutions doivent être justifiées par un développement et un raisonnement.
  - Mis à part le graphique de l'exercice 6, les réponses, développements et calculs qui figurent sur la feuille de données ou les feuilles de brouillon ne seront pas pris en compte.

## Exercice 1 \_\_\_\_\_ (9,5 pts)

a) Simplifier au maximum l'expression ci-dessous sans l'aide de la calculatrice. Valeur exacte demandée.

$$(\sqrt{12} + \sqrt{75})^2$$

b) Factoriser au maximum l'expression ci-dessous :

$$72x^3y^6 - 54x^4y^3 + 18x^3y$$

c) Calculer et simplifier au maximum :

$$\frac{(7 \cdot a^2)^3 \cdot (a^5 \cdot b^3)}{(-7^2 \cdot a \cdot b^3)^4}$$

d) On considère l'expression  $A = x^2 - xy - 4y^2$ .

Dans  $A$ , remplacer  $x$  par  $t + 3$  et  $y$  par  $t - 3$ . Effectuer et réduire.

## Exercice 2 \_\_\_\_\_ (8 pts)

a) Résoudre l'équation  $2(x + 1)(x + 4) - (5x + 6) = x^2 + 3x + 17$

b) Résoudre l'équation  $\frac{2x - 1}{3} - \frac{2x + 4}{10} = \frac{3x}{5} - 2$ . Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

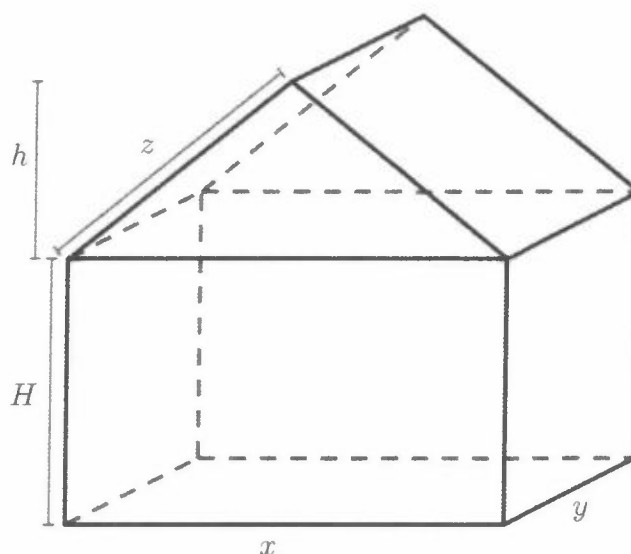
## Exercice 3 \_\_\_\_\_ (5 pts)

Toto assiste à un match entre l'Australie et les États-Unis. Il s'ennuie et se met à observer les drapeaux des deux pays dans les tribunes. Il en compte 32. Il compte ensuite le nombre d'étoiles sur ces drapeaux et en trouve en tout 984. Sachant que le drapeau australien comporte 6 étoiles et celui des États-Unis 50, combien y a-t-il de drapeaux de chaque pays dans les tribunes ?

**Exercice 4** \_\_\_\_\_ (11 pts)

Le schéma ci-contre représente une cabane à outils à parois verticales, avec un toit symétrique.

On sait que sa largeur  $x$  est de 2 m et sa profondeur  $y$  est de 1 m. La hauteur  $H$  des parois est de 1,2 m et la hauteur  $h$  du toit est de 0,8 m.



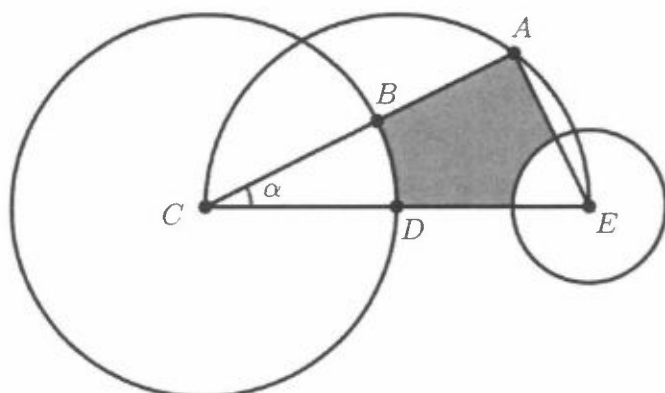
- 4.1 a) On aimerait peindre toute la surface extérieure de la cabane. Combien de litres de peinture doit-on acheter sachant qu'il faut 0,8 dl de peinture par  $m^2$  ?
- b) La peinture est vendue dans des récipients cylindriques de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm. Combien de ces récipients doit-on acheter au minimum pour avoir assez de peinture ?
- 4.2 a) Calculer le volume de la cabane.
- b) On veut maintenant construire une nouvelle cabane à outils avec les mêmes dimensions pour la base ( $x = 2$  m et  $y = 1$  m), mais cette fois on aimerait que la hauteur  $H$  mesure le double de la hauteur  $h$  et que le volume de la cabane soit de  $3,125 m^3$ .  
Sera-t-il possible de placer cette nouvelle cabane dans notre garage, en sachant que la hauteur de ce dernier est de 1,90 m ? Justifier la réponse avec des calculs.

**Exercice 5** \_\_\_\_\_ (10 pts)

On considère les éléments suivants représentés sur le schéma ci-dessous :

- un grand cercle centré en  $C$  et de rayon  $R = 10$  cm ;
- un petit cercle centré en  $E$  et de rayon  $r = 4$  cm ;
- un demi cercle centré en  $D$ , dont  $CE$  en est le diamètre ;
- un triangle  $ACE$  inscrit dans le demi-cercle.

Les points  $B$  et  $D$  sont deux intersections entre le grand cercle et le triangle  $ACE$ . On connaît  $AE = 9$  cm et  $\alpha = 25^\circ$ .



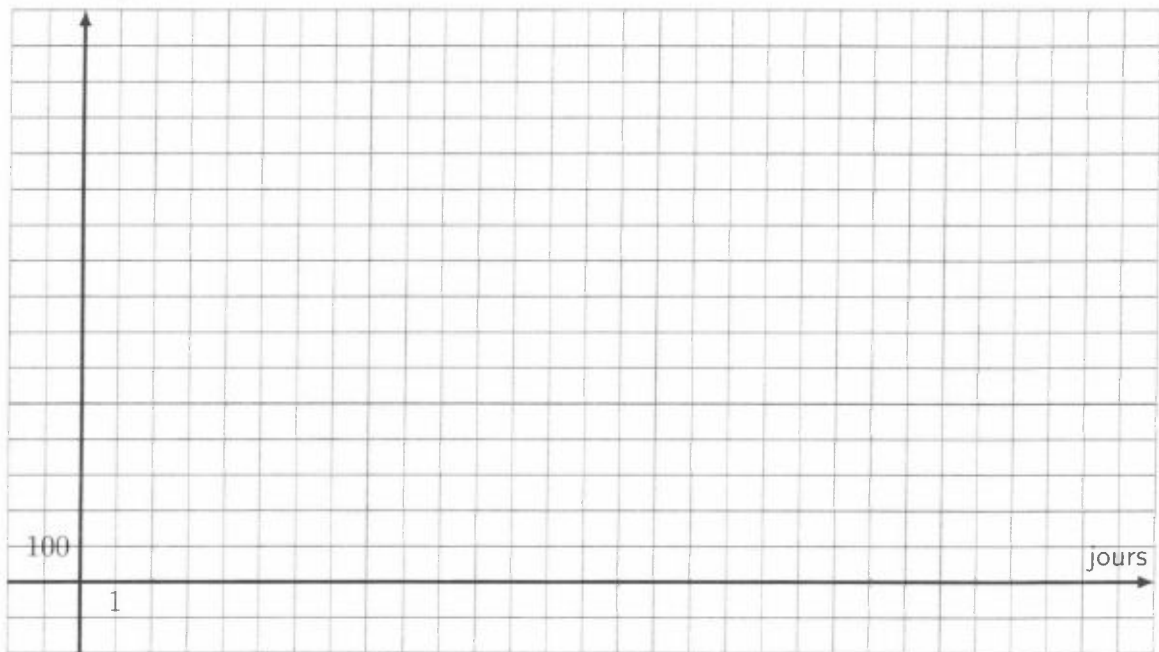
- a) Calculer la longueur du segment  $AB$ .
- b) Calculer l'aire de la surface grisée.  
(Utiliser  $AB=8$  cm si la réponse au point précédent n'a pas été trouvée.)
- c) Calculer la mesure des angles  $\widehat{ADE}$  et  $\widehat{DAE}$ .

**Exercice 6** \_\_\_\_\_ (8,5 pts)

Ali Baba a enfin trouvé la grotte des 40 voleurs! Après une exploration minutieuse de ce repère immense et rempli de trésors de tous genres, il y compte 1400 pièces en or. Par prudence, il ne récupère rien et rentre chez lui.

- a) Une fois rentré, Ali Baba décide de dérober dès le lendemain et chaque jour 70 pièces en or.
- 1) Exprimer la fonction qui donne le nombre de pièces en or restantes dans la grotte en fonction du nombre de jours écoulés (au jour 0, il y a 1400 pièces en or).
  - 2) Combien de pièces restera-t-il dans la grotte au bout de 3 jours?
  - 3) Au bout de combien de jours ne restera-t-il plus que 210 pièces?
  - 4) Et quand est-ce qu'Ali Baba aura récupéré toutes les pièces en or?
- b) Représenter graphiquement le nombre de pièces en or restantes dans la grotte en fonction du nombre de jours écoulés. Utiliser le graphe mis à disposition ci-dessous.

nombre de pièces



- c) La grotte contient également des pièces en argent. Les 40 voleurs veulent augmenter de manière constante la quantité de ces pièces, donc ils se débrouillent pour rajouter chaque jour le même nombre de pièces en argent dans leur grotte. La fonction exprimant le nombre de pièces en argent se trouvant dans la grotte en fonction du nombre de jours écoulés est  $f(x) = 500 + 20 \cdot x$ . Représenter graphiquement cette fonction. Utiliser de nouveau le graphe mis à disposition ci-dessus.
- d) Estimer graphiquement le jour où il y a autant de pièces en argent que de pièces en or dans la grotte. Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte?
- e) Par un calcul, déterminer précisément ce jour.