

MATHÉMATIQUES

-
- La durée de cet examen est de 120 minutes.
 - Les solutions doivent être justifiées par un développement et un raisonnement.
 - Les réponses, développements et calculs qui figurent sur la feuille de données ou les feuilles de brouillon ne seront pas pris en compte.

Exercice 1 _____ (10,5 pts)

- a) Réduire l'expression ci-dessous après avoir extrait le plus grand entier de chaque racine (valeur exacte demandée)

$$\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$$

- b) Factoriser au maximum l'expression ci-dessous

$$28a^4b - 84a^3b^2 + 63a^2b^3$$

- c) Simplifier au maximum la fraction

$$\frac{(2s^2t^3)^3}{(6s^2t)^2 \cdot (4s^3t)}$$

- d) Dans l'expression

$$A = 3x^2 - 4xy - 2y^2,$$

remplacer x par $(t + 2)$ et y par $(t - 2)$, effectuer et réduire.

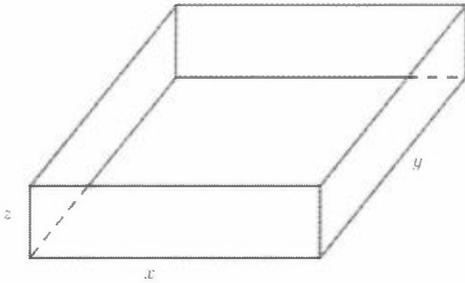
Exercice 2 _____ (9,5 pts)

a) Résoudre $\frac{2x - 3}{3} - \frac{2x}{5} = x - \frac{x + 3}{2}$

b) Résoudre $(3x - 1)^2 - (x + 10) = (2x + 3)^2 - 2x \cdot (8 - x)$

Exercice 3 _____ (12 pts)

Un bac à sable en forme de parallélépipède rectangle possède des dimensions de $x = 1.20$ m, $y = 2$ m et $z = 30$ cm.

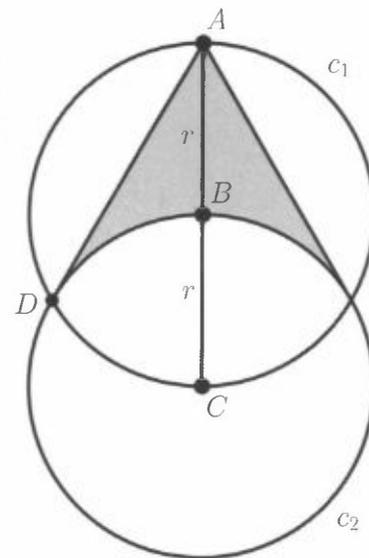


- Calculer le volume, en m^3 , de ce bac.
- Pour commencer, on verse dans le bac vide trois brouettes pleines de sable d'un volume de 200 litres chacune. On suppose que le sable est réparti uniformément. Quelle est la hauteur h du sable dans le bac ?
- Pour finir de remplir le bac, on dispose d'un seau cylindrique possédant un rayon de 10 cm et une hauteur de 30 cm. Combien de seaux faut-il au minimum pour remplir complètement ce bac ?
Si vous n'avez pas réussi le point b), utilisez $h = 22$ cm.
- En supposant que le bac soit plein à ras bord et que chaque mois 10% du sable se retrouve hors du bac, quelle sera la hauteur du sable après trois mois ?

Exercice 4 _____ (9 pts)

On donne le cercle c_1 centré en B et le cercle c_2 centré en C . Les deux cercles sont de même rayon $r = 5$ cm. De plus, le segment $[A; C]$ est un diamètre du cercle c_1 et le point D est un point d'intersection entre les deux cercles.

- Calculer la longueur du segment AD .
- Calculer la mesure de l'angle \widehat{BAD} .
- Calculer l'aire de la surface grisée.



Exercice 5 _____ **(13 pts)**

5.1 Hier, Alex a préparé deux sortes de biscuits pour ses parents, en utilisant une pâte déjà préparée la veille. Le matin, il a eu besoin de 55 minutes pour fabriquer 50 biscuits milanais en forme d'étoile et 20 demi-lunes à la vanille. Il a pris une pause et a continué l'après-midi en fabriquant 70 étoiles et 60 demi-lunes en 2 heures et 21 minutes.

Quel est le temps moyen de fabrication d'une étoile ? Et celui d'une demi-lune ?

5.2 Boris, le petit frère d'Alex veut aussi préparer des biscuits. Il commence plein de motivation et à 10h, quand Alex le rejoint, il a déjà fabriqué 50 biscuits en forme de coeur. À partir de ce moment, ils continuent ensemble pendant une heure sans s'arrêter. Alex arrive à fabriquer 6 coeurs par minute, alors que Boris seulement 4 par minute.

a) Représenter graphiquement la situation à partir de 10h, en utilisant une fonction par enfant.

b) Au total, qui aura fabriqué le plus de biscuits à 11h ?

c) À quel moment les deux frères auront-ils fabriqué chacun la même quantité de coeurs ? Justifier votre réponse à l'aide d'un calcul.