

MATHÉMATIQUES

- La durée de cet examen est de 120 minutes.
 - Les solutions doivent être justifiées par un développement et un raisonnement.
 - Aucune réponse ni développement, ni calcul ne doit figurer sur les feuilles de données. Seule la représentation graphique demandée à l'exercice 4 est admise sur la donnée en page 2.
 - Les problèmes peuvent être résolus dans n'importe quel ordre, mais dans leur entier.
-

Exercice 1

(8 points)

- a) Calculer et simplifier $\frac{a^8 b^{14}}{(a^3 b^4)^3}$
- b) Réduire l'expression suivante après avoir extrait le plus grand entier possible :
 $\sqrt{75} - \sqrt{12}$ (valeur exacte demandée)
- c) Compléter l'expression suivante pour rendre l'égalité correcte : $(7x - \dots)^2 = \dots - 168x + \dots$
- d) Factoriser le plus possible l'expression $(4x - 3)^3 - (5x + 3) \cdot (4x - 3)^2$.
-

Exercice 2

(11 points)

Résoudre les équations suivantes :

- a) $\frac{3x - 1}{6} - \frac{x + 2}{4} - \frac{5}{12}x = 0$
- b) $(3x + 7)^2(x - 1) = (3x^2 - 1)(3x + 11)$
- c) $(2x - 5)^2 - (x - 1)^2 = 0$
-

Exercice 3

(6 points)

La résolution de l'exercice ci-dessous doit impérativement faire apparaître des équations qu'on résoudra.

Un hôpital remplace régulièrement son petit matériel. Lors d'une première commande, 15 thermomètres et 10 tensiomètres ont été achetés pour 1'265.-. Il fait une deuxième commande de 10 thermomètres et 15 tensiomètres. Le prix des appareils n'ayant pas changé, le montant de cette deuxième commande s'élève à 1'335.-. Quel est le prix d'un thermomètre et le prix d'un tensiomètre ?

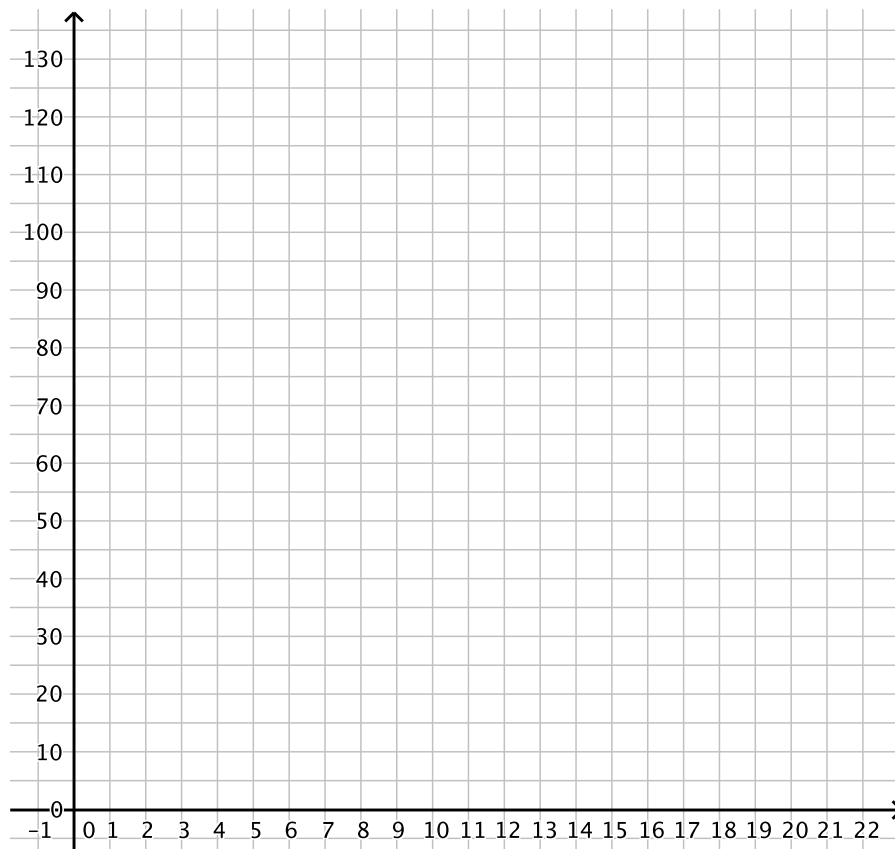
Tourner la page svp

Exercice 4

(9 points)

Dans une grande ville, on trouve trois compagnies de taxis qui pratiquent les prix suivants

- TaxiExpress facture chaque kilomètre parcouru 5 CHF.
 - 123Taxi facture une taxe de base de 45 CHF et chaque kilomètre parcouru au prix de 2 CHF.
 - TaxiBer facture 40 CHF pour les trajets jusqu'à 10 kilomètres et chaque kilomètre supplémentaire coûte ensuite 7 CHF.
- a) Je souhaite me rendre en taxi d'un point à l'autre de la ville distants de 10 kilomètres. Quelle est la compagnie la plus avantageuse pour ce trajet ?
- b) Quelle est la compagnie de taxis qui me permet de faire le plus long trajet pour un coût total de 100 CHF ?
- c) Exprimer la fonction qui donne le prix à payer pour parcourir x kilomètres dans cette ville avec la compagnie
- TaxiExpress : $f_1(x) = \dots$
 - 123Taxi : $f_2(x) = \dots$
- d) Représenter graphiquement les fonctions f_1 et f_2 pour des valeurs de x variant de 0 à 20.



- e) Sur le même graphique, représenter également la fonction donnant le prix des trajets (en fonction des kilomètres) effectués avec TaxiBer.

Tourner la page svp

Exercice 5

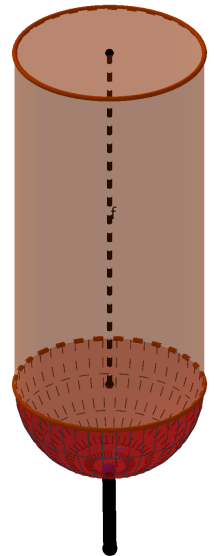
(7 points)

Des verres à champagne sont formés d'une demi-sphère de 4 cm de diamètre surmontée d'un cylindre de même diamètre et de 10 cm de hauteur selon le schéma ci-contre. On vide le contenu d'une bouteille de champagne de 7,5 dl dans des verres de ce type.

On arrondira les volumes en cm^3 à 2 chiffres après la virgule.

On rappelle que le volume d'une sphère de rayon r est donné par $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

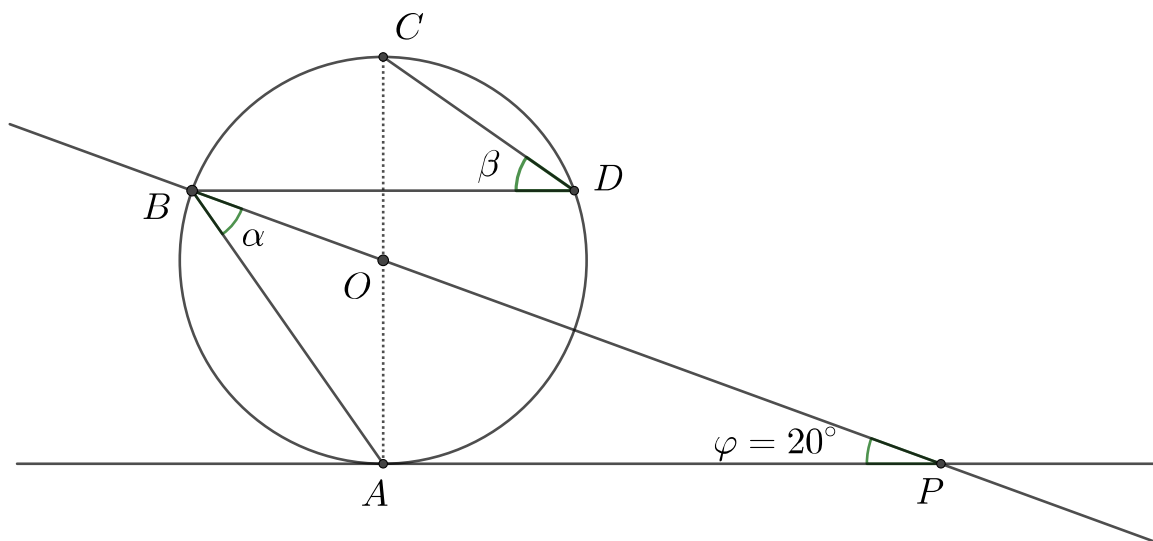
- Combien de verres peut-on entièrement remplir ?
Si vous ne trouvez pas cette réponse, prenez 40 cm^3 comme volume de champagne restant dans la bouteille pour la question suivante.
- On verse le solde de champagne dans un verre supplémentaire. Quelle hauteur (depuis le fond du verre) le champagne atteint-il ?
- On lit sur la bouteille que ce champagne possède un taux d'alcool de 12 %. Sachant qu'un volume de 1 cl d'alcool correspond à une masse de 8 g d'alcool, quelle masse (en grammes) d'alcool y a-t-il dans une telle bouteille ?



Exercice 6

(9 points)

Dans la figure ci-dessous, le point O est le centre du cercle. Le rayon du cercle mesure 10 cm et la distance du point A au point P 27,5 cm.



- Calculer la mesure de l'angle α .
- Calculer la mesure de l'angle β .
- Calculer la distance entre les points B et P .
- Calculer l'aire du triangle ABP sachant de plus que le segment AB a une longueur de 11,5 cm.