

EMSP MOUTIER / MATHEMATIQUES : EXAMEN D'ENTREE 2016

REMARQUES

- Durée : 90 minutes. - Tous les calculs doivent figurer sur vos feuilles.
- Calculatrice de poche autorisée. Téléphones portables et autres interdits.
- **Prière de rendre la donnée avec votre copie.**
- Ecrire au stylo, au feutre ou à l'encre. Seuls les dessins peuvent être faits au crayon.
- Seules les feuilles doubles seront corrigées. **Les feuilles de brouillon ne le seront pas.**
- Ne pas oublier de tourner la feuille de données !

Exercice 1

- a) Calculer les expressions suivantes (la réponse de 1) est à donner avec 4 chiffres significatifs, celle de 2) en code fractionnaire en faisant tout le développement et celle de 3) en écrivant simplement la réponse).

$$1) \frac{23,76 : (87,78 - 23,823)}{561,83 + 2,812^6} = \quad 2) \left(\frac{10}{12} - \frac{5}{16}\right) : \left(\frac{14}{25} - \frac{12}{19} \cdot \frac{38}{27}\right) =$$

$$3) (5,983 \cdot 10^{24} \cdot 1,427) - (6,982 \cdot 10^{72} : 4,913 \cdot 10^{48}) =$$

- b) Résoudre l'équation suivante : $(-12,965x + 34,943)2,843 = 42,658x$.
- c) Résoudre au moyen d'une équation le problème suivant. On mélange 1,355 kg d'or valant 35'000 fr. le kg avec de l'argent valant 750 fr. le kg. Quelle masse d'argent faut-il prendre si l'on souhaite que l'alliage coûte 10'000 fr. le kg ? Même question pour un alliage à 1'000 fr., puis à 500 fr. le kg.

Exercice 2

- a) L'âge de l'univers est estimé actuellement à 13,798 milliards d'années. Exprimer cette durée en secondes. Donner le résultat en notation scientifique.
- b) Combien de jours s'écoulent entre le 12 mai à midi et le 29 septembre à midi ?
- c) Après une hausse de 15% suivie d'une baisse de 27%, un produit coûte 12'675,65 fr. Quel était le prix initial ?
- d) Un euro vaut 1,07 francs suisses. Combien me coûtera en francs suisses un repas facturé 27,65 euros ? Combien d'euros dois-je emporter si je souhaite dépenser 1500 fr. durant mes vacances ?
- e) Dans un pays imaginaire, il y avait 12'567'888 femmes en 2000 et elles représentaient le 50,9% de la population totale. En 2010, le nombre de femmes avait augmenté de 13,9% et la population totale de 10,1%. Quel était le pourcentage de femmes par rapport à toute la population en 1990 ?

Exercice 3

- a) Une commune possède un jardin public circulaire de 50 m de rayon. Elle souhaite construire une pièce d'eau circulaire au centre du jardin qui occuperait le tiers de sa surface. Quel devra être le rayon de la pièce d'eau ?
- b) Les petits côtés d'un triangle rectangle mesurent 11 et 15. Calculer le périmètre de ce triangle et son aire.

PLEIN SUCCES A TOUTES ET TOUS !

EMSP MOUTIER / MATHEMATIQUES : EXAMEN D'ENTREE 2016

- c) Un explorateur plante un bâton verticalement dans le sol à 60m du pied d'une falaise. Il place ensuite son oeil au sol à 1,52m du pied du bâton et constate alors que sa ligne de visée passe par le sommet du bâton et celui de la falaise. Quelle est la hauteur de la falaise, si le bâton dépasse le sol de 1,2m ?
- d) Le volume d'une boule est donné par la formule $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Calculer la masse d'une boule creuse de fer dont l'épaisseur est de 15 mm et le diamètre extérieur de 25 cm sachant que la masse volumique du fer est de 7,86 kg/dm³.
- e) Calculer les longueurs du côté et de la diagonale d'un carré sachant que leur somme vaut 10.
- f) Une maison familiale a une base carrée de 15 m de côté. Le toit présente deux versants symétriques. et ne dépasse pas les murs. Calculer l'aire de ce toit sachant que la hauteur des murs est de 10 m et que la faite du toit est à 15 m du sol.

Exercice 4

Deux villes A et B sont distantes de 165 km et reliées par une autoroute. On supposera dans ce problème que tous véhicules roulent à vitesse constante. Une voiture quitte A en direction de B à 10h00 à une vitesse de 80 km/h.

- a) Représenter graphiquement la distance entre A et cette voiture en fonction de l'heure. Utiliser le graphe pour déterminer l'heure à laquelle elle arrive en B.
- b) Une moto quitte A en direction de B à 10h24 à une vitesse de 120 km/h. Ajouter cette moto au graphe précédent et déterminer graphiquement l'heure de son arrivée en B.
- c) Utiliser le graphe pour déterminer l'heure à laquelle la moto rattrape la voiture et leur distance à A à ce moment.
- d) Refaire le point c) sans utiliser le graphe.

Exercice 5

- a) On appelle nombre parfait un entier différent de 1 qui est égal à la somme de ses diviseurs (y compris 1, mais sans le nombre lui-même, bien sûr !). Montrer que 28 et 496 sont des nombres parfaits.
- b) Si la somme des diviseurs (comme sous a) d'un entier est supérieure à cet entier il est dit abondant et si elle lui est inférieure il est dit déficient. Trouver deux entiers pairs abondants et deux entiers pairs déficients. Avec justification, bien sûr !
- c) Trouver un entier impair abondant et un entier impair déficient. Justifier !

Exercice 6

- a) Calculer astucieusement la somme des entiers de 1 à 10'000. Pour cela, remarquer que l'on peut grouper le premier avec le dernier, le 2^{ème} avec l'avant-dernier et ainsi de suite... Expliquer votre résultat.
- b) Y a-t-il plus de grains de sable dans un tas cubique de 10 m d'arête ou d'atomes dans un grain de sable ? On assimilera le grain de sable à un cube de 0,2 mm d'arête et l'atome à un cube de 10⁻⁸ cm d'arête. Commentez votre résultat.