Aufnahmeprüfung 2023
für den Eintritt in das 3. Jahr des gymnasialen Bildungsgangs

Lösungen:

Aufgabe 1

a) $0{,}000'000'000'12m = 1{,}2 \cdot 10^{-10} m$

b) 3,5 Milliarden Jahren $= 3{,}5 \cdot 10^{9}$ Jahre

Aufgabe 2

a) $\frac{5200l}{100ml} = \frac{5200l}{0{,}1l} = 52'000$

Man kann damit 52000 Verkaufseinheiten befüllen

b) Volumen Schwimmbad = $12m \cdot 25m \cdot 2{,}5m = 750m^3 = 750'000dm^3 = 750'000l$

Das Schwimmbad fasst 750‘000 Liter.

c) $\frac{158'000km^2}{8'000'000'000} = \frac{158'000'000'000m^2}{8'000'000'000} = 19{,}75m^2$

Jedes Jahr werden pro Mensch 19,75 Quadratmeter Regenwald abgeholzt.

Aufgabe 3

$$\frac{x}{x+6} = 2{,}5$$
$$x = 2{,}5 \cdot (x+6)$$
$$1{,}5x = -15$$
$$x = -10$$

Aufgabe 4

$$x = \frac{7}{6}; y = \frac{5}{9}$$

Aufgabe 5

x = Preis von einem Hemd
y = Preis von einem Pullover

es gilt: $\left| \begin{array}{l} 200x + 250y = 24500 \\ 200 \cdot 1{,}2x + 250 \cdot 1{,}4y = 31900 \end{array} \right| \rightarrow \left| \begin{array}{l} 200x + 250y = 24500 \\ 240x + 350y = 31900 \end{array} \right| \rightarrow \ x = 60; y = 50$

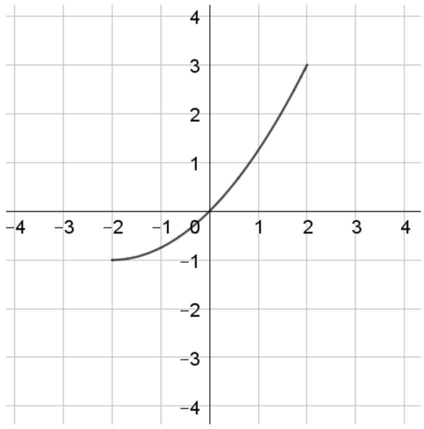
Ein Hemd kostet SFr. 60 und ein Pullover SFr. 50.

Aufgabe 6

a)

x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
f(x)	-1	-0.75	0	1.25	3

b)



Aufgabe 7

$f\left(x\right)=2-\frac{2}{3}x$

Aufgabe 8

$f(x)=3x+53$

Aufgabe 9

$f\left(x\right)\approx-0{,}00933x+32{,}365$

Aufgabe 10

$x_1=\frac{-\sqrt{105}-3}{4}\approx-3{,}31; x_2=\frac{\sqrt{105}-3}{4}\approx 1{,}81.$

Aufgabe 11

Vergrössert man den Radius einer Kugel um den Faktor k, ändert sich die Oberfläche der Kugel um den Faktor k^2.

Hier muss gelten: $20\cdot k^2=60\rightarrow k=\sqrt{3}\approx 1{,}73$

Der Radius muss um den Faktor 1,73 und damit um 73% vergrössert werden.

Aufgabe 12

Gemäss den Strahlensätzen muss für den gesuchten Innendurchmesser d gelten:

$\frac{d}{16}=\frac{4}{25}\rightarrow d=\frac{64}{25}\approx 2{,}56$

Der Innendurchmesser beträgt 2,56cm.

Aufgabe 13

Gemäss den Strahlensätzen muss für den gesuchten Radius r_2 gelten: $\frac{r_2}{4+r_2}=\frac{r_1}{3}$

Die Skizze zeigt, dass $r_1 = 1cm$ ist.

Also muss für den gesuchten Radius r_2 gelten: $\frac{r_2}{4+r_2}=\frac{1}{3}$

Auflösen ergibt: x = 2

Aufgabe 14
Die Halbwertszeit entspricht dem Intervall, in dem sich der Funktionswert jeweils halbiert.
Die Halbwertszeit ist ungefähr 3.

Aufgabe 15
$f(x)=b\cdot a^x$ mit

$$5\cdot a^{3{,}2-(-4{,}1)}=1{,}3 \rightarrow 5\cdot a^{7{,}3}=1{,}3 \rightarrow a^{7{,}3}=\frac{1{,}3}{5} \rightarrow a=\sqrt[7{,}3]{\frac{1{,}3}{5}}\approx 0{,}8315$$

$$b=5\cdot a^{4{,}1}\approx 5\cdot 0{,}8315^{4{,}1}=2{,}3464$$

$$\rightarrow f(x)\approx 2{,}3464\cdot 0{,}8315^x$$

Aufgabe 16

$$\begin{aligned} 5\cdot 3^x &= 12 \\ 3^x &= \frac{12}{5} \\ x &= \log_3\left(\frac{12}{5}\right)\approx 0{,}797 \end{aligned}$$

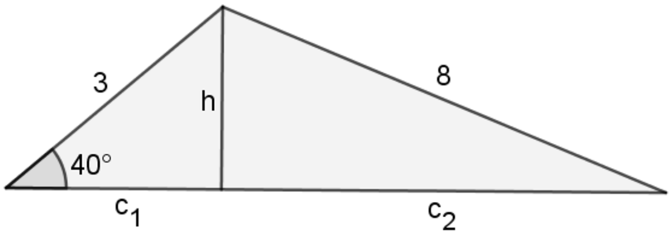
Aufgabe 17
Eine Abnahme um 25% entspricht einem Wachstumsfaktor von 0,75.
Für die gesuchte Sichttiefe x muss gelten: $0{,}75^x = 0{,}15 \rightarrow x=\log_{0{,}75}(0{,}15)\approx 6{,}59$

Die Sichttiefe beträgt rund 6,59m.

Aufgabe 18

$$\tan(x)=\frac{21}{9}\rightarrow x=\tan^{-1}\left(\frac{21}{9}\right)\approx 66{,}8°$$

Aufgabe 19



Wir berechnen die Höhe h:

$$\sin(40°) = \frac{h}{3} \Rightarrow h = 3 \cdot \sin(40°) \approx 1{,}928$$

Wir berechnen c_1:

$$\cos(40°) = \frac{c_1}{3} \Rightarrow c_1 = 3 \cdot \cos(40°) \approx 2{,}298$$

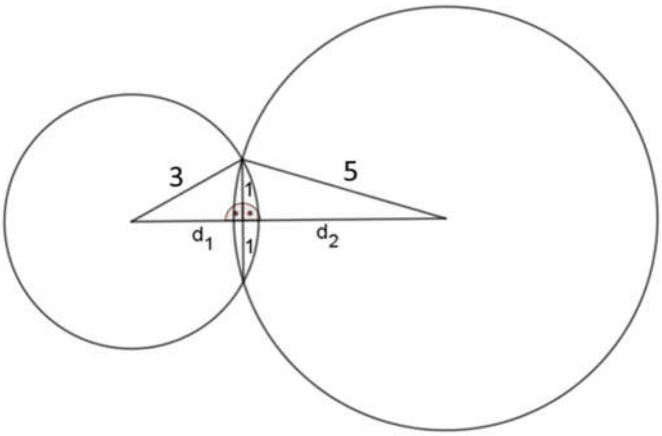
Wir berechnen c_2:

$$h^2 + c_2^{\ 2} = 8^2 \rightarrow c_2 = \sqrt{8^2 - h^2} \approx \sqrt{8^2 - 1{,}928^2} \approx 7{,}764$$

Für den Flächeninhalt gilt damit:

$$A = \frac{c_1 \cdot h}{2} + \frac{c_2 \cdot h}{2} \approx \frac{2{,}298 \cdot 1{,}928}{2} + \frac{7{,}764 \cdot 1{,}928}{2} \approx 2{,}215 + 7{,}486 \approx 9{,}7$$

Aufgabe 20



Für die gesuchte Strecke x gilt: $x = d_1 + d_2$

- Für d_1 gilt: $1^2 + d_1^{\ 2} = 3^2 \rightarrow d_1 = \sqrt{9-1} = \sqrt{8}$
- Für d_2 gilt: $1^2 + d_2^{\ 2} = 5^2 \rightarrow d_2 = \sqrt{25-1} = \sqrt{24}$

$\rightarrow\ x = d_1 + d_2 = \sqrt{8} + \sqrt{24} \approx 7{,}73$