

Mathematik

Name/Vorname:

Z. Zt. besuchte Schule:

Bitte beachten:

- **Bearbeitungsdauer 120 Minuten**
- **Aufgabenserie umfasst 4 Aufgaben**
- **Die Aufgaben werden wie folgt bewertet**

Aufgabe 1.1	3 Punkte
Aufgabe 1.2	3 Punkte
Aufgabe 2.1	5 Punkte
Aufgabe 2.2	2 Punkte
Aufgabe 3.1	4 Punkte
Aufgabe 3.2	3 Punkte
Aufgabe 4.1	2 Punkte
Aufgabe 4.2	2 Punkte
Aufgabe 4.3	4 Punkte
Aufgabe 4.4	2 Punkte

- **Total sind 30 Punkte erreichbar.**
- **Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.**
- **Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 9) einzutragen.**
- **Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS fähig!), Formelsammlung.**

Name/Vorname:

Aufgabe 1

1.1 (3 Punkte)

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem nach x und y auf ($G = \mathbb{R}$):

$$\left| \begin{array}{l} 24 = \frac{x-y}{2} - \frac{3y}{6} \\ \frac{x+y}{4} - \frac{y}{3} = 12 \end{array} \right|$$

$x = 48$ und $y = 0$

1.2 (3 Punkte)

- a) Lösen Sie mit $p = 1$ das folgende Gleichungssystem nach x und y auf ($G = \mathbb{R}$).
b) Bestimmen Sie p so, dass unendlich viele Lösungen für x und y entstehen.

$$\left| \begin{array}{l} x + \frac{5}{3}p = \frac{1}{3}y \\ \frac{15}{7}x = \frac{5}{7}y - 5p \end{array} \right|$$

a) $L = \{ \}$

b) $p = 0 \Rightarrow L = \{ \{x,y\} \mid x = 1/3 y \}$

Name/Vorname:

Aufgabe 2

2.1 (5 Punkte)

Von einer Geraden G sei ein Punkt $P(3|-1)$ und Steigung $a = 3/5$ gegeben.

a) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden G und skizzieren Sie diese im unten stehenden Koordinatensystem.

b) Gegeben sei zusätzlich eine Parabel gemäss $y = -2 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 4$.

Skizzieren Sie die Parabel und bestimmen Sie die Schnittpunkte von Gerade und Parabel.

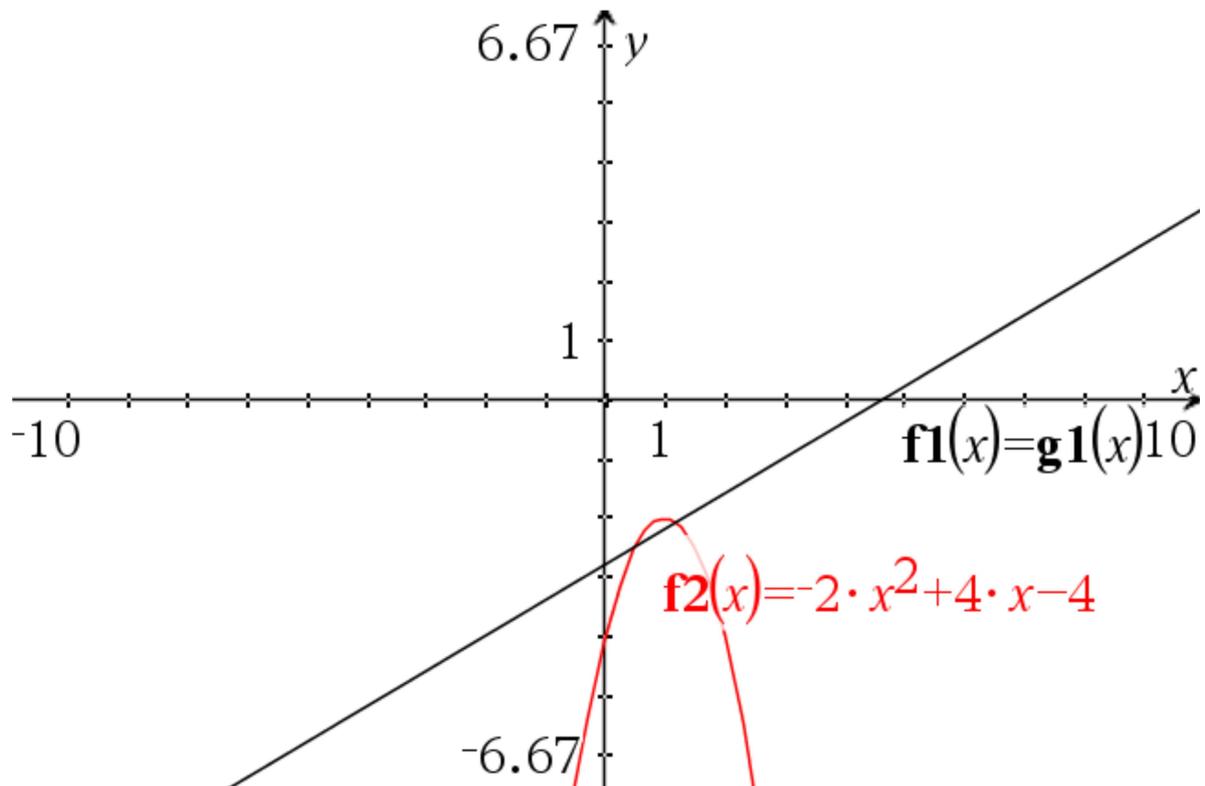
c) Bestimmen Sie auch die Koordinaten des Scheitelpunkts der Parabel aus Aufgabe b)

Lösungen:

a) $y = \frac{3}{5}x - \frac{14}{5}$

b) $S_1\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{5}{2}\right)$ $S_2\left(\frac{6}{5} \mid -\frac{52}{25}\right)$

c) $S(1 \mid -2)$

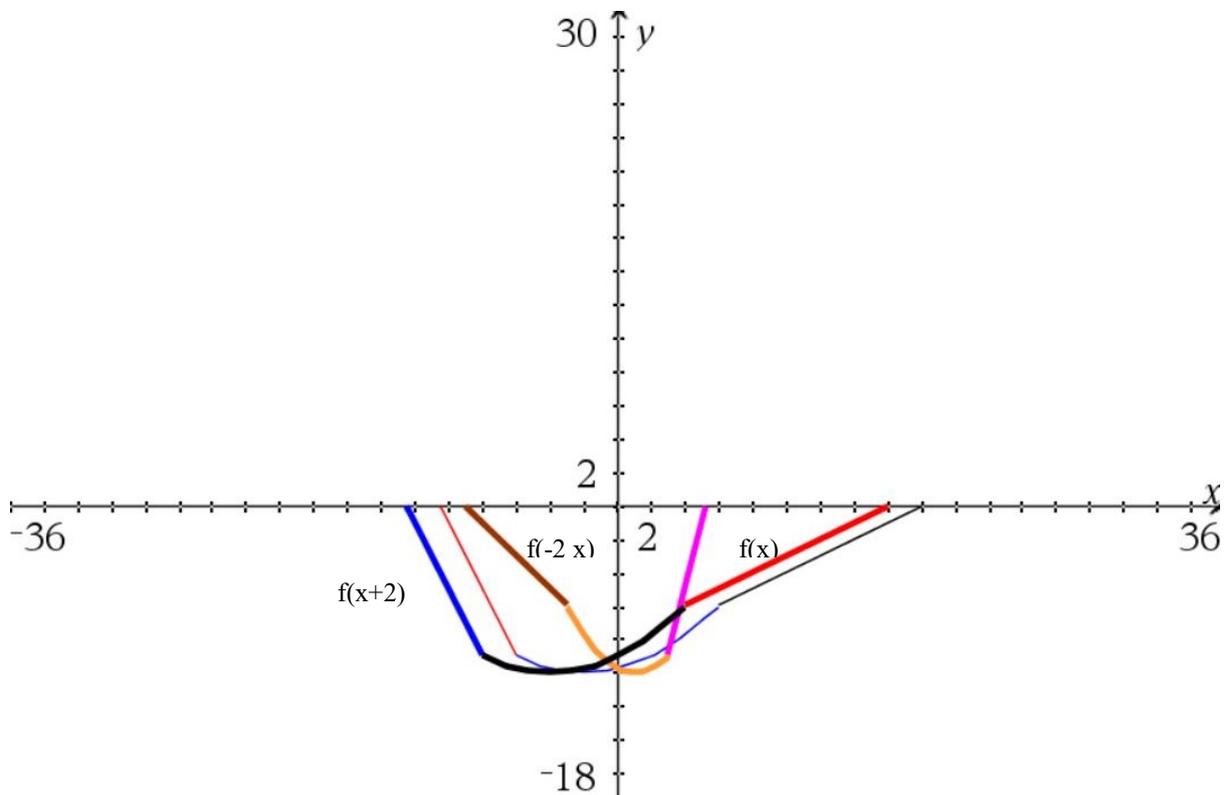


Name/Vorname:

Aufgabe 2

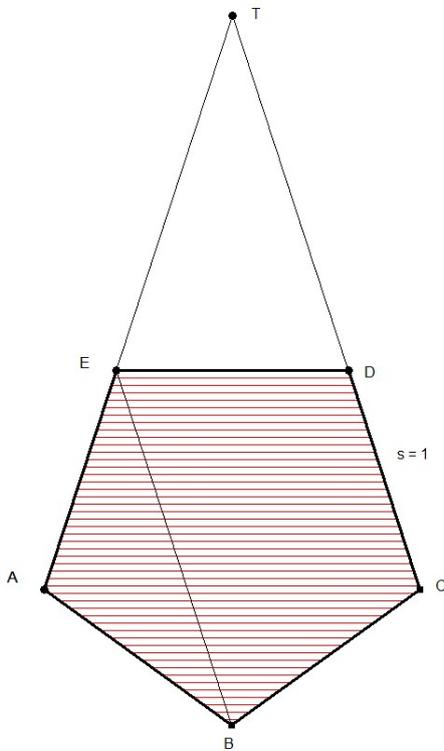
2.2. (2 Punkte)

Folgendes Schaubild zeigt den Graphen von $f(x)$. Skizzieren Sie die Graphen von $g(x)$ und $h(x)$, so dass gilt: a) $g(x) = f(-2 \cdot x)$ b) $h(x) = f(x + 2)$



Name/Vorname:

Aufgabe 3
3.1 (4 Punkte)



Gegeben sei ein regelmässiges Fünfeck mit Seitenlänge $s = 1$.

- Berechnen Sie die Länge der Strecke $|AT|$
- Berechnen Sie die Länge der Strecke $|EB|$
- Suchen und bezeichnen Sie ein anderes, zum Dreieck ABE ähnliches Dreieck und begründen Sie die Ähnlichkeit der beiden.

Lösungen:

a) $\sphericalangle DET = 72^\circ$; $|ET| = \frac{s/2}{\cos(72^\circ)} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1.612$
 $\Rightarrow |AT| = |ET| + 1 = 2.612$

b) $|EB|^2 = 2s^2(1 - \cos(108^\circ)) \Rightarrow |EB| = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1.612$ Cos.-Satz

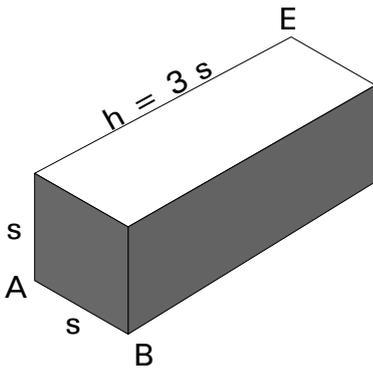
c) Z.B. Dreieck BCD (Begründung: SWS)

Name/Vorname:

3.2 (3 Punkte)

Gegeben sei ein Quader mit quadratischer Grundfläche, dessen Höhe 3 Mal so lang ist, wie die Quadratseite.

- Berechnen Sie die Körperdiagonalenlänge $|EB|$, wenn $s = 1$ beträgt.
- Berechnen Sie den Winkel $\sphericalangle AEB$ bei E.



Lösungen:

a) $|EB| = \sqrt{s^2 + s^2 + (3s)^2} = \sqrt{11} s$

b) Cosinussatz mit Seitenlängen $1, \sqrt{10}, \sqrt{11}$ ($s = 1$) $\Rightarrow \alpha = 17.55^\circ$

Name/Vorname:

Aufgabe 4

4.1 (2 Punkte)

Lösen Sie nach x auf:

$$7 * x^{5/3} = 28 * x^{4/3}$$

Lösung:

$$x = 0 \text{ oder } x = 64$$

4.2 (2 Punkte)

Vereinfachen Sie bzw. fassen Sie zusammen und schreiben Sie das Resultat einmal mit und einmal ohne Wurzelzeichen ($a, b, c, d > 0$):

$$\frac{\sqrt[4]{a^3 \cdot b^{-2} \cdot c^4}}{\sqrt[6]{a^5 \cdot b^3 \cdot d^{12}}}$$

Lösung:

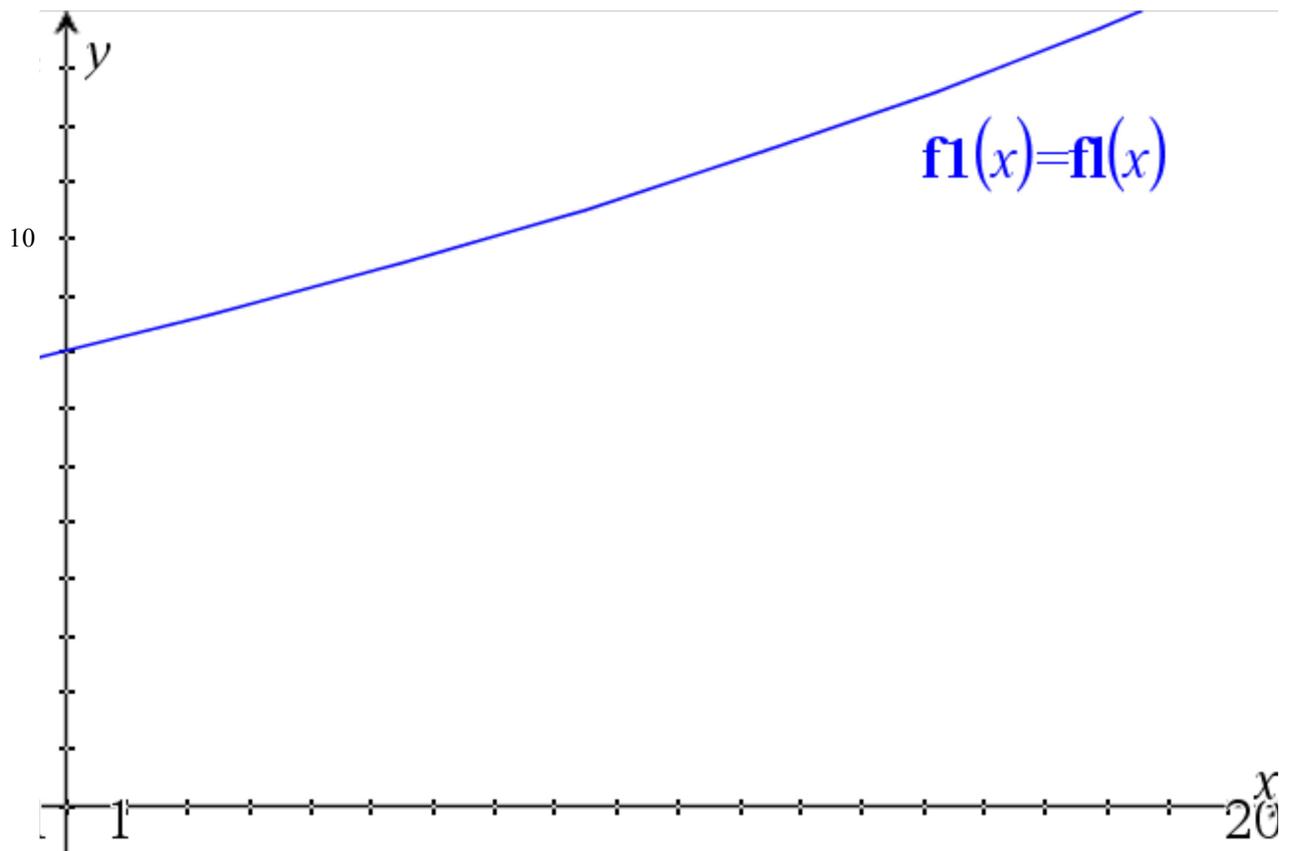
$$\frac{c}{a^{1/12} \cdot b \cdot d^2} = \frac{c}{\sqrt[12]{a} \cdot b \cdot d^2}$$

Name/Vorname:

4.3 (4 Punkte)

Eine Bakterienkultur bedeckt am Anfang 8 cm^2 und wächst über längere Zeit flächenmässig in 3 Stunden um 10%.

- Welche Fläche bedeckt die Kultur nach 1 bzw. nach 7 Stunden?
- Skizzieren Sie im untenstehenden Diagramm die bedeckte Fläche in Abhängigkeit von der Zeit
- In welcher Zeit verdoppelt sich die Fläche, die die Kultur bedeckt?
- Die Kultur soll nun in 9 Stunden auf 30 cm^2 angewachsen sein. Um wie viele Prozent müsste die Kultur jetzt in 3 Stunden wachsen?



- $f(1)=8.26 \quad f(7)=9.99$
- Verdoppelung: $16 = 8 \cdot 1.032^T \quad T = 21.82\text{h}$
- $30 = 8 \cdot a^9 \Rightarrow a = 1.158$
 $\Rightarrow 15.8\% \text{ pro Stunde}$
 $g(x)=8 \cdot 1.158^x$
 $g(3)=12.429 \text{ cm}^2$

Name/Vorname:

4.4 (2 Punkte)

Schreiben Sie folgende Gleichung als Exponentialgleichung und lösen Sie diese nach x auf.

$$\log_3(15) = x + 2$$

Lösung:

$$3^{x+2} = 15$$

$$x = \log_3\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{\ln(5/3)}{\ln(3)} \approx 0.465$$