

Mathematik

Name/Vorname:

Z. Zt. besuchte Schule:

Bitte beachten:

- **Bearbeitungsdauer 120 Minuten**
- **Aufgabenserie umfasst 4 Aufgaben**
- **Die Aufgaben werden wie folgt bewertet**

Aufgabe 1.1	3 Punkte
Aufgabe 1.2	3 Punkte
Aufgabe 2.1	5 Punkte
Aufgabe 2.2	2 Punkte
Aufgabe 3.1	3 Punkte
Aufgabe 3.2	3 Punkte
Aufgabe 4.1	2 Punkte
Aufgabe 4.2	3 Punkte
Aufgabe 4.3	3 Punkte
Aufgabe 4.4	3 Punkte

- **Total sind 30 Punkte erreichbar.**
- **Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.**
- **Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 7) einzutragen.**
- **Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS fähig!), Formelsammlung.**

Name/Vorname:

Aufgabe 1

1.1 (3 Punkte)

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem nach x und y auf:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{2}{5}x = 14x - \frac{6}{15}y \\ \frac{2}{3}y = 10 - \frac{22}{3}x \end{array} \right|$$

$$L: x = \frac{1}{3} \quad y = \frac{34}{3}$$

1.2 (3 Punkte)

Bestimmen Sie x und y so, dass ihr Produkt 14 ergibt und die Summe ihrer Kehrwerte $\frac{9}{14}$.

$$L: x = 2 \text{ und } y = 7 \quad \text{oder} \quad x = 7 \text{ und } y = 2$$

Name/Vorname:

Aufgabe 2

2.1 (5 Punkte)

Gegeben sei die Gerade G durch die Punkte P(1|4) und Q(4.5|-3).

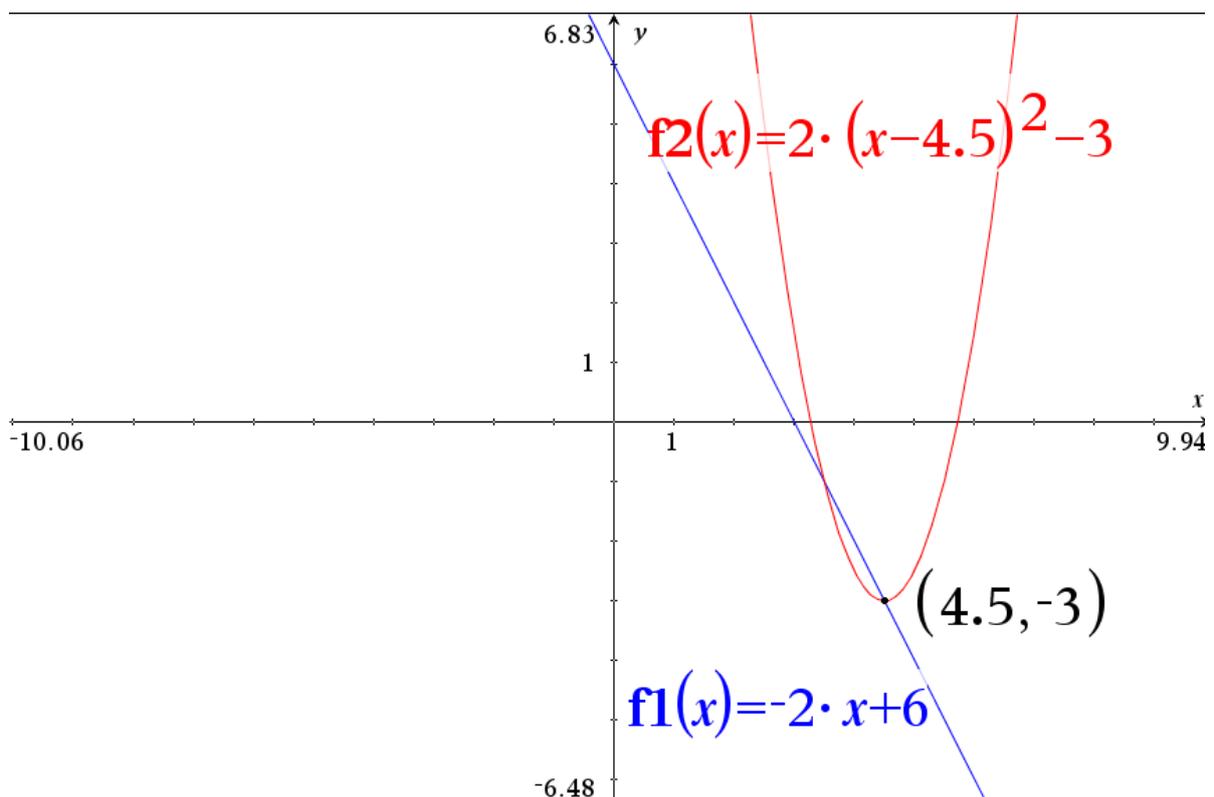
a) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden G und skizzieren Sie diese im unten stehenden Koordinatensystem.

b) Der Punkt Q bilde gleichzeitig den Scheitel einer quadratischen Parabel. Bestimmen Sie die Gleichung dieser Parabel, wenn diese durch den Punkt T(6|1.5) verlaufen soll.

Falls b) nicht gelöst werden konnte, kann für den Rest der Aufgabe ersatzweise $f_2(x) = 5 \cdot x^2 - 45 \cdot x + 98.25$ an Stelle von f verwendet werden.

c) Bestimmen Sie die Nullstellen von f(x)

d) Neben dem Scheitel besitzen die Gerade G und die Parabel noch einen weiteren Schnittpunkt. Bestimmen Sie diesen.



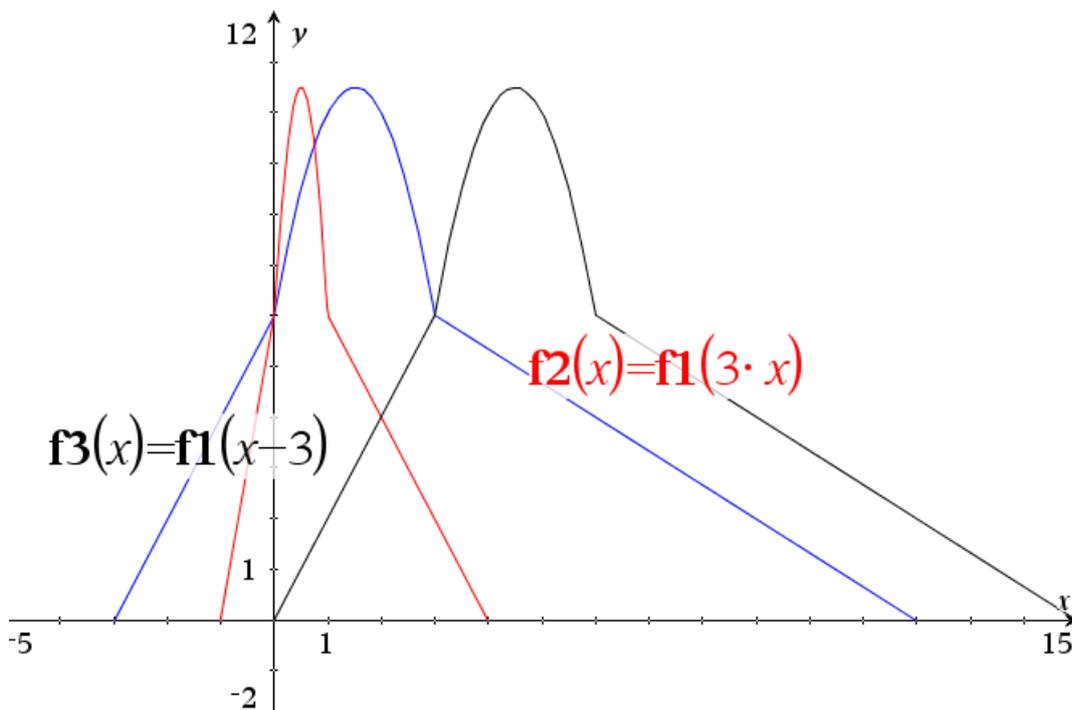
- a) $F(x) = -2x + 6$
- b) $1.5 = a \cdot (x - 4.5)^2 - 3 \implies a = 2$
- c) $x = \frac{1}{2} \cdot (9 \pm \sqrt{6})$
- d) $x = 7/2$

Name/Vorname:

Aufgabe 2

2.2. (2 Punkte)

Folgendes Schaubild zeigt den Graphen von $f(x)$. Skizzieren Sie die Graphen von $g(x)$ und $h(x)$, so dass gilt: a) $g(x) = f(3 \cdot x)$ b) $h(x) = f(x - 3)$



Name/Vorname:

Aufgabe 3

3.1 (3 Punkte)

Simon beobachtet aus einiger Entfernung den Start eines Gasballons mit einer annähernd kugelförmigen Hülle von 20 m Durchmesser. Nach einer gewissen Zeit sieht er diese Ballonhülle nur noch unter einem Sehwinkel von 3° . Wie weit ist der Ballon (d.h. der Mittelpunkt der Ballonhülle) in diesem Moment von ihm entfernt, und wie hoch über dem Boden befindet sich der Mittelpunkt, wenn er ihn zu diesem Zeitpunkt unter einem Winkel von 65° zur Horizontalen beobachtet?

$$L: \text{Mittelpunktsdistanz} = (20 \text{ m} / 2) / \sin(3^\circ / 2) = 382.01 \text{ m}$$

$$\text{Höhe} = \text{Mittelpunktsdistanz} * \sin(65^\circ) = 346.22 \text{ m}$$

Name/Vorname:

3.2 (3 Punkte)

Von drei Punkten A,B und C ist ihre Höhe über Meer bekannt:

A: 1225 müM B: 1711 müM C: 844.5 müM.

Auf der Karte misst man die Strecken $|AB| = 325\text{m}$ $|BC| = 845\text{m}$ und $|CA| = 1711\text{m}$. Berechnen Sie die Seiten und Winkel des wahren Dreiecks ABC.

$$\begin{aligned} L: \Delta h_{AB} &= 486 \text{ m} \\ |AB| &= 584.66 \text{ m} \\ \alpha &= 8.58^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta h_{BC} &= 866.5 \text{ m} \\ |BC| &= 1210.31 \text{ m} \\ \beta &= 153.42^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta h_{AC} &= 380.5 \text{ m} \\ |CA| &= 1752.8 \text{ m} \\ \gamma &= 18.00^\circ \end{aligned}$$

Name/Vorname:

Aufgabe 4

4.1 (2 Punkte)

Lösen Sie nach x auf:

$$2^{x-1} + 2^{x+1} = 80$$

$$L: x = 5$$

4.2 (3 Punkte)

a) Vereinfachen Sie bzw. fassen Sie zu einer einzigen Potenz zusammen und schreiben Sie das Resultat einmal mit und einmal ohne Wurzelzeichen:

$$\frac{\sqrt[3]{x^2 \cdot y^{-1} \cdot u^7}}{\sqrt[6]{y^4 \cdot u^5 \cdot v^8}}$$

$$L: \frac{u^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}}}{v^{\frac{4}{3}} \cdot y} = \frac{\sqrt[3]{x^2} \sqrt{u^2}}{\sqrt[3]{v^4} y}$$

Name/Vorname:

(3 Punkte)

4.3 (a) Bei medizinischen Untersuchungen werden Kontrastmittel eingesetzt, die im menschlichen Körper abgebaut werden. Von einem derartigen Kontrastmittel wird 1 Stunde vor der Untersuchung eine Dosis von 30mg verabreicht. Der Körper baut pro Stunde 40% des Mittels ab.

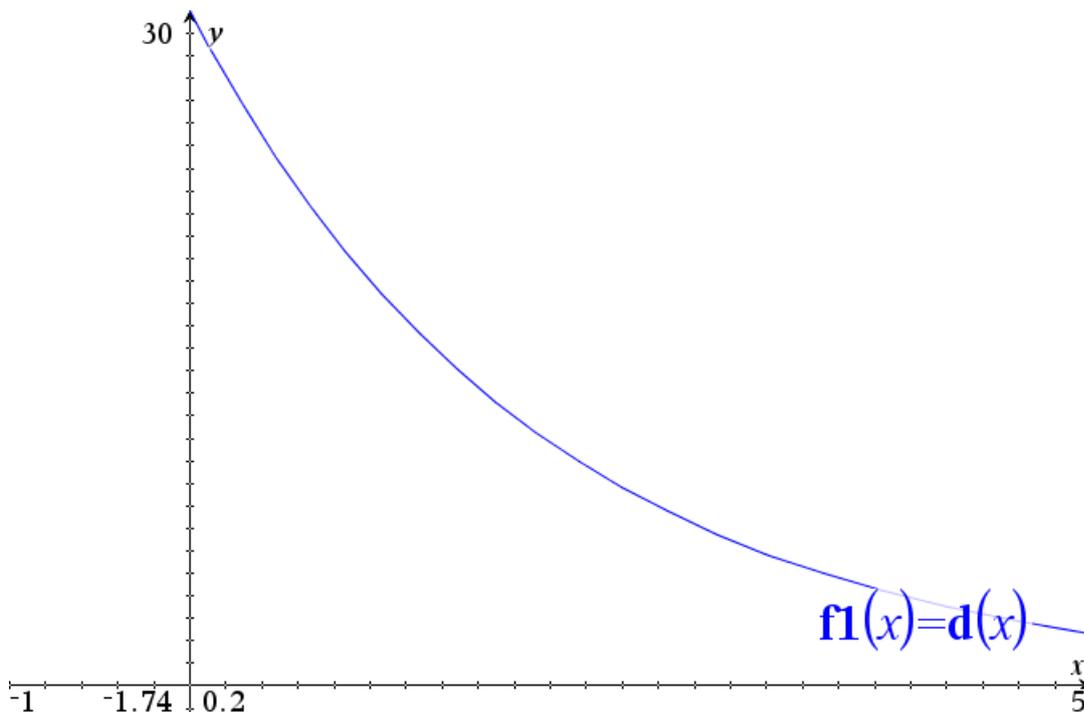
a) Wie lange dauert es bis nur noch die Hälfte der ursprünglichen Dosis im Körper ist?

b) Wieviel Kontrastmittel befindet sich nach 1 Stunde und 40 Minuten noch im Körper?

c) Skizzieren Sie in der unten stehenden Grafik, wie sich die Konzentration im Laufe der Zeit entwickelt

d) Zu welchem Zeitpunkt darf frühestens eine neuerliche Gabe von 30mg des Mittels erfolgen, wenn eine Konzentration von 37mg nicht überschritten werden darf?

L: $d(t) = 30 \cdot 0.6^t$
 $T = \ln(0.6)/\ln(1/2) = 1.36 \text{ h}$
 $d(1.4 \text{ h}) = 12.80 \text{ mg}$
 $d(t) \leq 7 \text{ mg} \implies t = 2.85 \text{ h}$



Name/Vorname:

4.3 (3 Punkte)

Ist die Aussage wahr oder falsch? Begründen Sie durch eine dokumentierte Rechnung (keine Taschenrechnerkalkulation):

$$\log_a(a^5) - \log_b(b^3) = \log_c(c^2)$$

L: wahr:

$$5 \log_a(a) - 3 \log_b(b) = 2 \log_c(c) \implies 5 - 3 = 2$$