

Mathematik

Name/Vorname:

Z. Zt. besuchte Schule:

Bitte beachten:

- **Bearbeitungsdauer 120 Minuten**
- **Aufgabenserie umfasst 4 Aufgaben**
- **Die Aufgaben werden wie folgt bewertet**

Aufgabe 1.1	3 Punkte
Aufgabe 1.2	3 Punkte
Aufgabe 2.1	5 Punkte
Aufgabe 2.2	2 Punkte
Aufgabe 3.1	3 Punkte
Aufgabe 3.2	3 Punkte
Aufgabe 4.1	2 Punkte
Aufgabe 4.2	2 Punkte
Aufgabe 4.3	4 Punkte
Aufgabe 4.4	3 Punkte

- **Total sind 30 Punkte erreichbar.**
- **Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.**
- **Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 7) einzutragen.**
- **Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS fähig!), Formelsammlung.**

Name/Vorname:

Aufgabe 1

1.1 (3 Punkte)

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem nach x und y auf:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{x}{2} = 4 + \frac{5y-1}{8} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{3x} = 1 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{l} 4x = 31 + 5y \\ \frac{6}{3x} + \frac{1}{3x} = 1 \end{array} \right|$$

$$x = 7/3 \quad y = -13/3$$

1.2 (3 Punkte)

Gegeben sei ein Quader. Die Grundfläche bildet ein Quadrat und die Höhe ist doppelt so lang wie die Quadratseite. Nun werden alle Kanten um 4 cm verlängert. Die neue Körperdiagonale **wird damit dreimal so lang wie** die Diagonale des ursprünglichen Quaders. Berechnen Sie dessen Seitenlängen.

$$\sqrt{2 \cdot (x+4)^2 + (2 \cdot x+4)^2} = 3 \cdot \sqrt{2 \cdot x^2 + (2 \cdot x)^2}$$

$$x = \frac{-(\sqrt{10}-1)}{3} \quad \text{or} \quad x = \frac{\sqrt{10}+1}{3}$$

$$x = -0.720759 \quad \text{or} \quad x = 1.38743$$

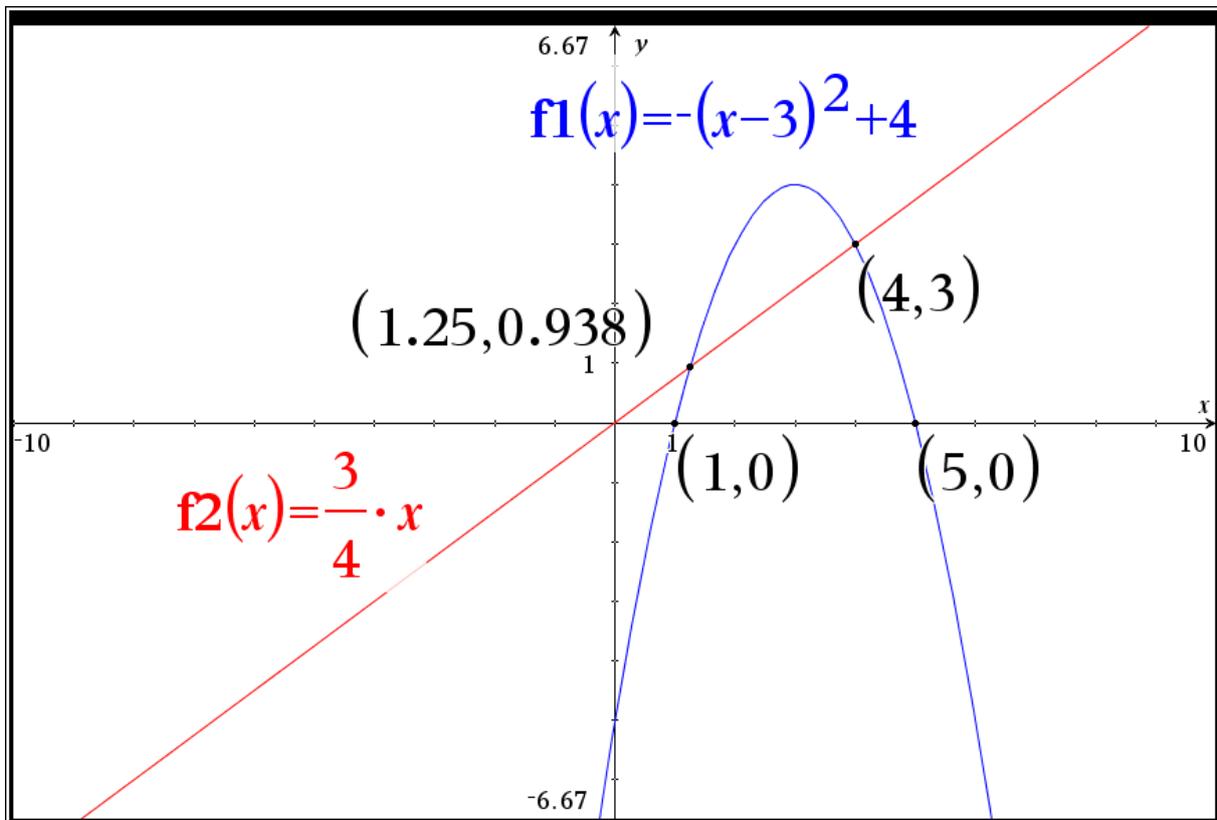
Name/Vorname:

Aufgabe 2

2.1 (5 Punkte)

Eine Parabel (Graph einer quadratischen Funktion) sei gegeben durch $f(x) = -(x - 3)^2 + 4$.

- Skizzieren Sie die Parabel im untenstehenden Koordinatensystem
- Gesucht sei der Punkt $P(x|f(x))$ für $x = 4$.
- Von diesem Punkt aus werde eine Gerade G durch den Ursprung des Koordinatensystems gezogen. Wie lautet deren Gleichung?
- Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x)$.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des weiteren Schnittpunktes von G mit dem Graphen von $f(x)$.



b) $P(4|3)$

c) $g(x) = y = \frac{3}{4} x$

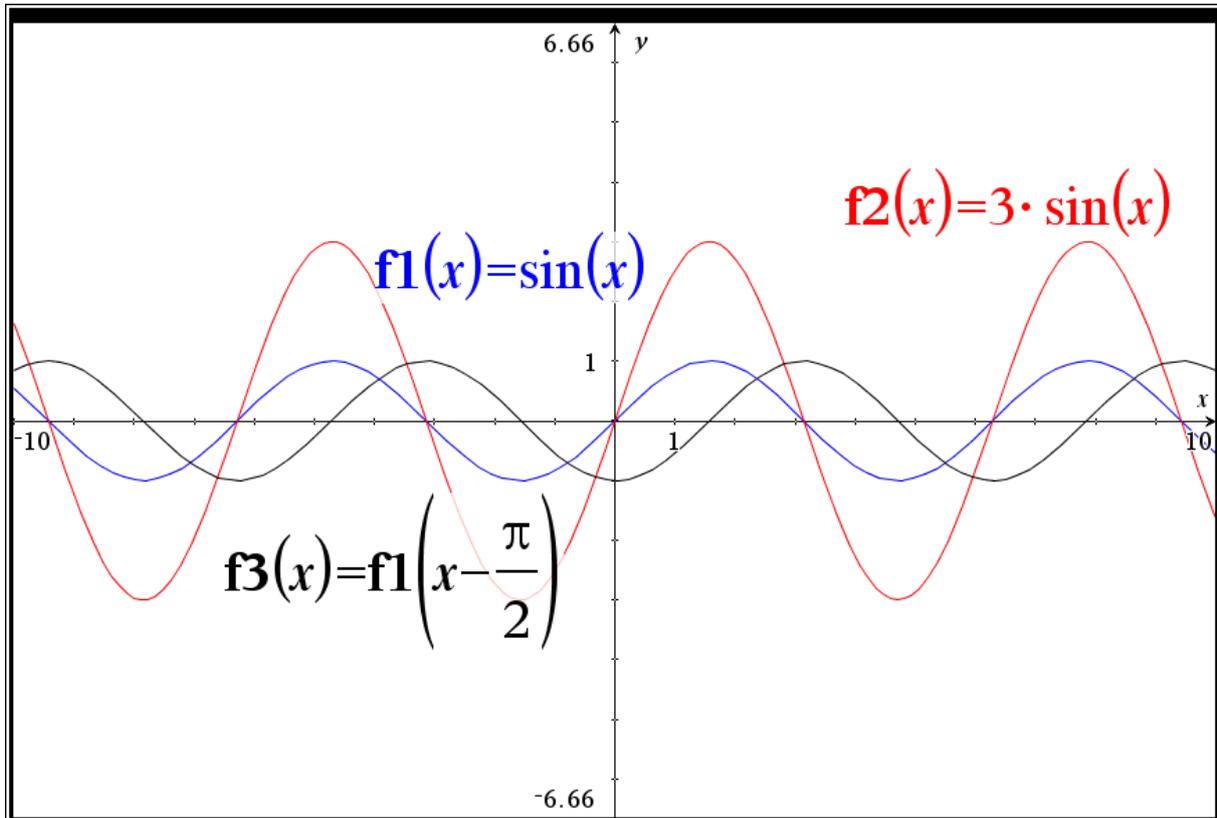
d) $N_1(1|0)$ $N_2(5|0)$

e) $f(x) = g(x) \implies -(x - 3)^2 + 4 = \frac{3}{4} x \implies x = 4$ oder $x = 1.25$.
also $S(\frac{5}{4} | \frac{15}{16})$

Name/Vorname:

2.2 (2 Punkte)

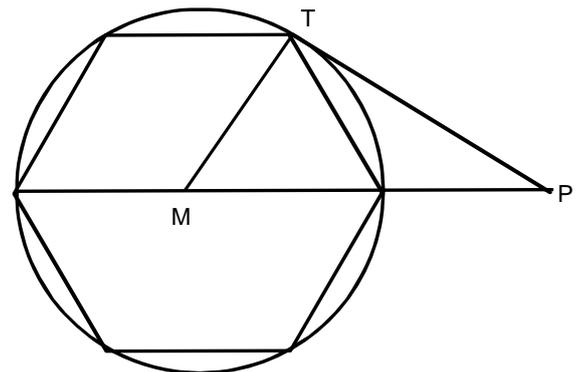
Folgendes Schaubild zeigt den Graphen von $f(x)$. Skizzieren Sie in dasselbe Koordinatensystem die Graphen von $g(x)$ und $h(x)$, so dass gilt: a) $g(x) = 3 \cdot f(x)$ b) $h(x) = f(x - \pi/2)$



Aufgabe 3

3.1 (3 Punkte)

Einem Kreis mit Radius 10 cm wird ein gleichseitiges Sechseck einbeschrieben und in der Ecke T des Sechsecks die Tangente an den Kreis eingezeichnet. Diese schneidet den Kreisdurchmesser gemäß Skizze im Punkt P. Berechnen Sie Seiten, Winkel und Höhen des entstandenen Dreiecks MPT.



$\angle TMP = 60^\circ; \angle MPT = 30^\circ$

$\frac{r}{|MP|} = \cos(30^\circ) \implies |MP| = 20$

$t = \sqrt{|MP|^2 - r^2} = 17.3025$

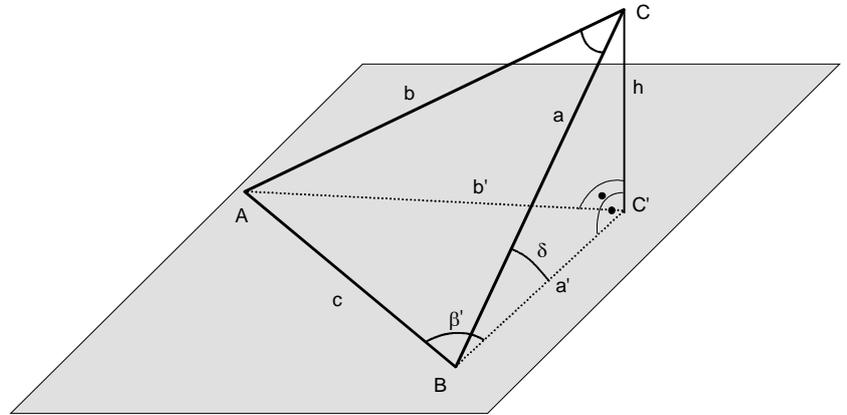
$h = \frac{\sqrt{3}}{2} r = 8.66025$

Name/Vorname:

3.2 (3 Punkte)

Aus der Karte liest man den Abstand zwischen A und B zu 8310 m, denjenigen zwischen B und C' zu 6950 m. Der horizontal gemessene Winkel β' bei B betrage $\beta' = 33,2^\circ$. A und B liegen beide auf 550 M.ü.M., C liegt auf 2850 M.ü.M.

- wie gross sind die realen Abstände zwischen den Punkten A, B und C und wie gross ist der reale Sehwinkel $\angle BCA$ bei C?
- Welchen Höhenwinkel δ müsste man von B nach C gemessen haben?



$$\text{Höhendifferenz: } \Delta h = 2300$$

$$a = \sqrt{ak^2 + hAC^2} = 7320.69$$

$$\text{Cos-Satz: } bk = 4550.25$$

$$\text{weitere Elemente des Kartendreiecks: } \beta = 90.0442$$

$$b = \sqrt{bk^2 + hAC^2} = 5098.51$$

$$\text{Cos-Satz: } \gamma = 81.8899$$

$$\alpha = 60.7082 \quad \beta = 37.4019$$

$$\delta = \text{ArcTan}\left(\frac{hAC}{bk}\right) = 26.8151$$

Name/Vorname:

Aufgabe 4

4.1 (2 Punkte)

Schreiben Sie ohne Wurzeln und vereinfachen Sie:

$$\frac{\sqrt[9]{729 \cdot p^6 \cdot q^{-3} \cdot t}}{\sqrt[3]{243 \cdot p^4 \cdot q^8}}$$

$$\frac{\frac{1}{t^9}}{\frac{2}{3 \cdot p^3 \cdot q^3}}$$

4.2 (2 Punkte)

Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmus zusammen:

$$\log_{25}(a) - 3 \cdot \log_{125}(a) + \log_{625}(a)$$

$$\frac{\log_5(a)}{\log_5(25)} - \frac{3 \log_5(a)}{\log_5(125)} + \frac{\log_5(a)}{\log_5(625)} = \frac{\log_5(a)}{2} - \frac{3 \log_5(a)}{3} + \frac{\log_5(a)}{4} = -\frac{1}{4} \log_5(a) = \frac{-\ln(a)}{4 \cdot \ln(5)}$$

Name/Vorname:

4.3 (4 Punkte)

Von einem radioaktiven Präparat werden zu Beginn 300 Zerfälle pro Sekunde gemessen, nach 4 Minuten 25 Sekunden misst man noch 10% davon.

- a) Geben Sie eine Funktion an, die den zeitlichen Verlauf des Zerfalls darstellt.
- b) Welche Aktivität misst man nach einer Minute?
- b) Nach welcher Zeit ist noch die halbe Aktivität zu messen?

$$a) \quad 300 = n_0 \cdot p^{\frac{53}{12}} \Rightarrow p = 0.593724$$

$$n(t) = 300 \cdot 0.593724^t$$

$$b) \quad n(1) = 178.117$$

$$c) \quad \frac{1}{2} = (0.593724)^t$$

$$T = 1.32955 \text{ min}$$

4.4 (3 Punkte)

Ist die Aussage wahr oder falsch? Begründen Sie durch eine dokumentierte Rechnung (keine Taschenrechnerkalkulation):

$$3^{-15} + 3^{-15} + 3^{-15} = 9^{-7}$$

$$3 \cdot 3^{-15} = 3^{-14} = 3^{-7} \cdot 3^{-7} = (3 \cdot 3)^{-7} = 9^{-7}$$