

Mathematik

Bitte beachten:

- **Bearbeitungsdauer 120 Minuten**
- **Aufgabenserie umfasst 4 Aufgaben**
- **Die Aufgaben werden wie folgt bewertet**

Aufgabe 1.1	3 Punkte
Aufgabe 1.2	3 Punkte
Aufgabe 2.1	2 Punkte
Aufgabe 2.2	6 Punkte
Aufgabe 3.1	3 Punkte
Aufgabe 3.2	4 Punkte
Aufgabe 4.1	2 Punkte
Aufgabe 4.2	5 Punkte
Aufgabe 4.3	2 Punkte

- **Total sind 30 Punkte erreichbar**
- **Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.**
- **Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 8) einzutragen**
- **Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS fähig!)**

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

Z. Zt. besuchte Schule:

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 1

1.1 (3 Punkte)

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem nach x und y auf:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{x+y}{2} - \frac{2 \cdot y}{3} = 24 \\ \frac{x-y}{6} + \frac{y}{3} = 12 \end{array} \right|$$

$$\text{solve}\left(\frac{x+y}{2} - \frac{2 \cdot y}{3} = 24 \text{ and } \frac{x-y}{6} + \frac{y}{3} = 12, \{x, y\}\right) \quad x=54 \text{ and } y=18$$

1.2 (3 Punkte)

Verlängert man vier parallele Kanten eines Würfels um je 9 cm, so entsteht eine quadratische Säule, deren Körperdiagonale doppelt so lang ist, wie diejenige des Würfels. Berechnen Sie die Kantenlänge des Würfels.

$$\text{solve}\left(\sqrt{2 \cdot x^2 + (x+9)^2} = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot x, x\right) \quad x = \sqrt{10} + 1$$

$$\sqrt{10} + 1. \quad 4.16228$$

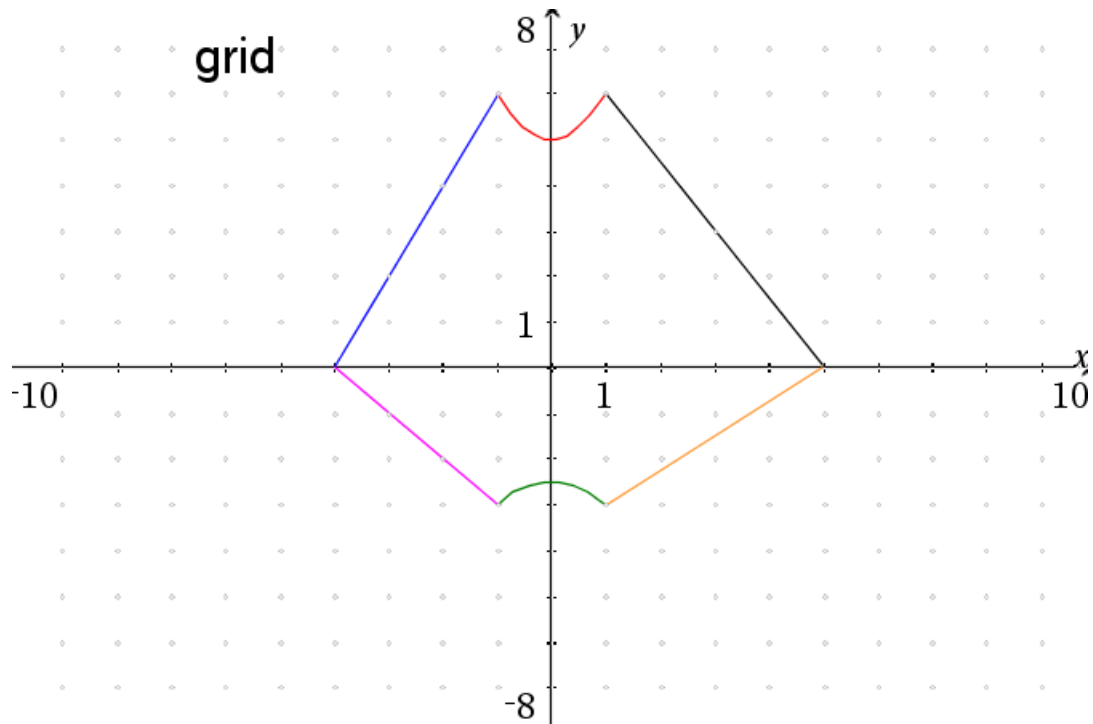
Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 2

2.1 (2 Punkte)

Folgendes Schaubild zeigt den Graphen von $f(x)$. Skizzieren Sie die Graphen von $g(x)$ und $h(x)$, so dass gilt: a) $g(x) = -\frac{1}{2} \cdot f(x)$



Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

2.2 (6 Punkte)

Eine Gerade g sei gegeben durch $y = -1.5 \cdot x + 6$.

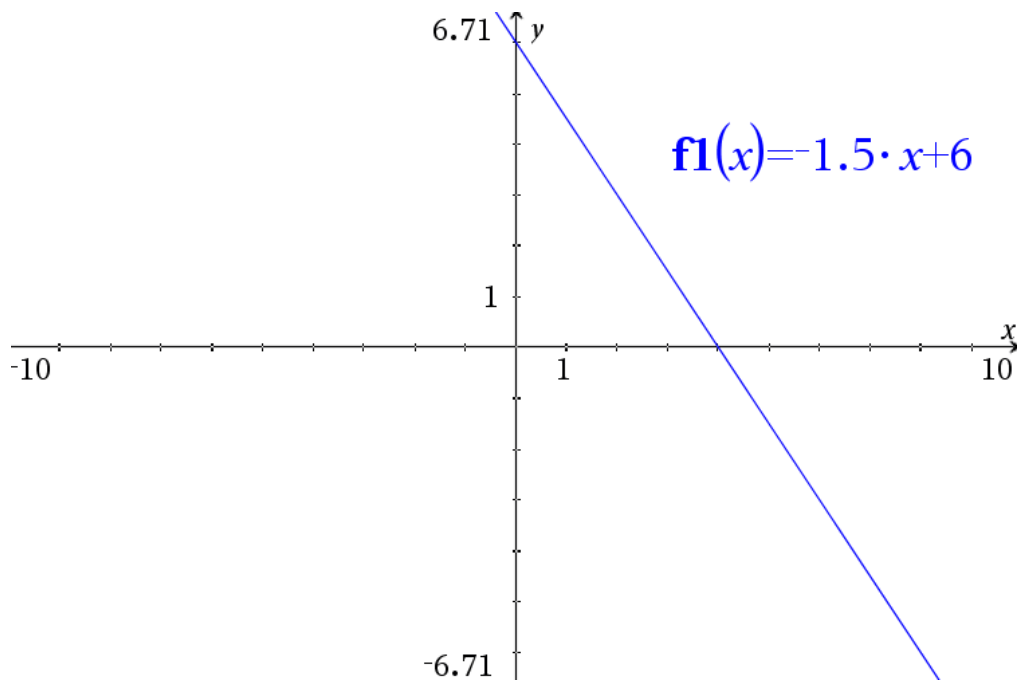
(a) Skizzieren Sie ins unten stehende Diagramm den Grafen der Funktion

(b) Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Grafen mit den Koordinatenachsen

(c) diese beiden Punkte bilden die Ecken eines Quadrats. Wie gross ist dessen Flächeninhalt?

(c) Auf der Geraden g soll ein Punkt P so bestimmt werden:

P bildet eine Ecke eines Rechtecks, der Koordinatennullpunkt bildet die gegenüberliegende Ecke, die Seiten liegen parallel zu den Achsen und der Flächeninhalt des Rechtecks soll gerade 6 betragen. Bestimmen Sie die Koordinaten von P .



b)

$\text{solve}(-1.5 \cdot x + 6 = 0, x)$	$x = 4.$
---	----------

$f(x) := -1.5 \cdot x + 6$	Done
----------------------------	------

$f(0)$	6.
--------	----

c)

$\sqrt{4^2 + 6^2}$	$2 \cdot \sqrt{13}$
--------------------	---------------------

$2 \cdot \sqrt{13}$	7.2111
---------------------	--------

$(2 \cdot \sqrt{13})^2$	52
-------------------------	----

d)

$\text{solve}(x \cdot (-1.5 \cdot x + 6) = 6, x)$	$x = 2.$
---	----------

$f(2)$	3.
--------	----

Name/Vorname:

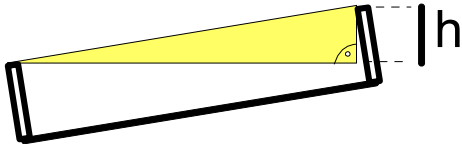
Prüfungsnummer:

Aufgabe 3

3.1 (3 Punkte)

Damit der Zug beim Fahren nicht aus der Kurve kippt, werden die Geleise dort mit einer Überhöhung verlegt.

Wie gross ist der Höhenunterschied zwischen den Schienen, wenn der Überhöhungswinkel 12° beträgt und die Spurweite 1435 mm misst?



$$b:=1435 \triangleright 1435$$

$$\alpha:=12^\circ \triangleright \frac{\pi}{15}$$

$$1435 \cdot \sin(\alpha) \triangleright 298.353276323$$

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

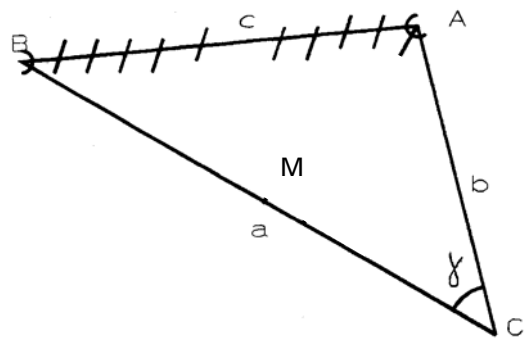
3.2 (4 Punkte)

Von A nach B soll ein Tunnel gebaut werden, der (natürlich) nicht direkt vermessen werden kann. Immerhin schafft man es, einen Punkt C zu finden, von dem aus beide Tunnelleingänge A und B gesehen werden können. Folgende Werte werden bestimmt:

$$b = |AC| = 2'850 \text{ m}$$

$$a = |BC| = 4'420 \text{ m}$$

$$\gamma = 52.3^\circ$$



- Berechnen Sie die Länge $c = |AB|$ aus diesen Werten
- Auf halber Strecke von $|BC|$ liegt der Punkt M. Von diesem aus sieht man die Ecke A ebenfalls. Wie gross ist die Distanz $|MA|$ und wie gross ist der Winkel $\angle MAC$ bei A?

$$c := \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)}$$

▶ 3500.29823723

$$c_2 := \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2 - a \cdot b \cdot \cos(\gamma)}$$

▶ 2302.86644745

$$\left(\cos^{-1} \left(\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2 - c_2^2}{a \cdot b} \right) \right) \text{ ▶ DD ▶ } 52.3^\circ$$

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 4

4.1 (2 Punkt)

Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $4 \cdot \frac{\sqrt{81 q^3}}{\sqrt{16 p^3 q^{-1}}} =$

$$\frac{4 \cdot \sqrt{81 \cdot q^3}}{\sqrt{16 \cdot p^3 \cdot q^{-1}}} \quad \frac{9 \cdot \sqrt{q^3}}{\sqrt{\frac{p^3}{q}}}$$

solve $\left(\frac{9 \cdot q^2}{\sqrt{p^3}} = \frac{9 \cdot \sqrt{q^3}}{\sqrt{\frac{p^3}{q}}}, q \right)$ true

4.2 (5 Punkte)

Die Weltbevölkerung nimmt jährlich um etwa 1.7% zu; in diesem Jahr bedeutet dies eine Zunahme von 122.5 Mio.

- (a) Wie gross ist die prozentuale Zunahme innerhalb eines Jahrzehnts?
- (b) Wie viele Menschen werden in 25 Jahren auf der Erde leben?
- (c) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit.
- (d) Machen Sie eine grafische Skizze der Entwicklung der Weltbevölkerung in den nächsten 20 Jahren (Bevölkerung in Milliarden, Diagramm s. nächste Seite).

a)

$pp := 0.017$	0.017
$7200 \cdot pp$	122.4
$n0 := \frac{122.5}{pp}$	7205.88
$nn(t) := n0 \cdot (1+pp)^t$	Done
$nn(25)$	10982.7

b)

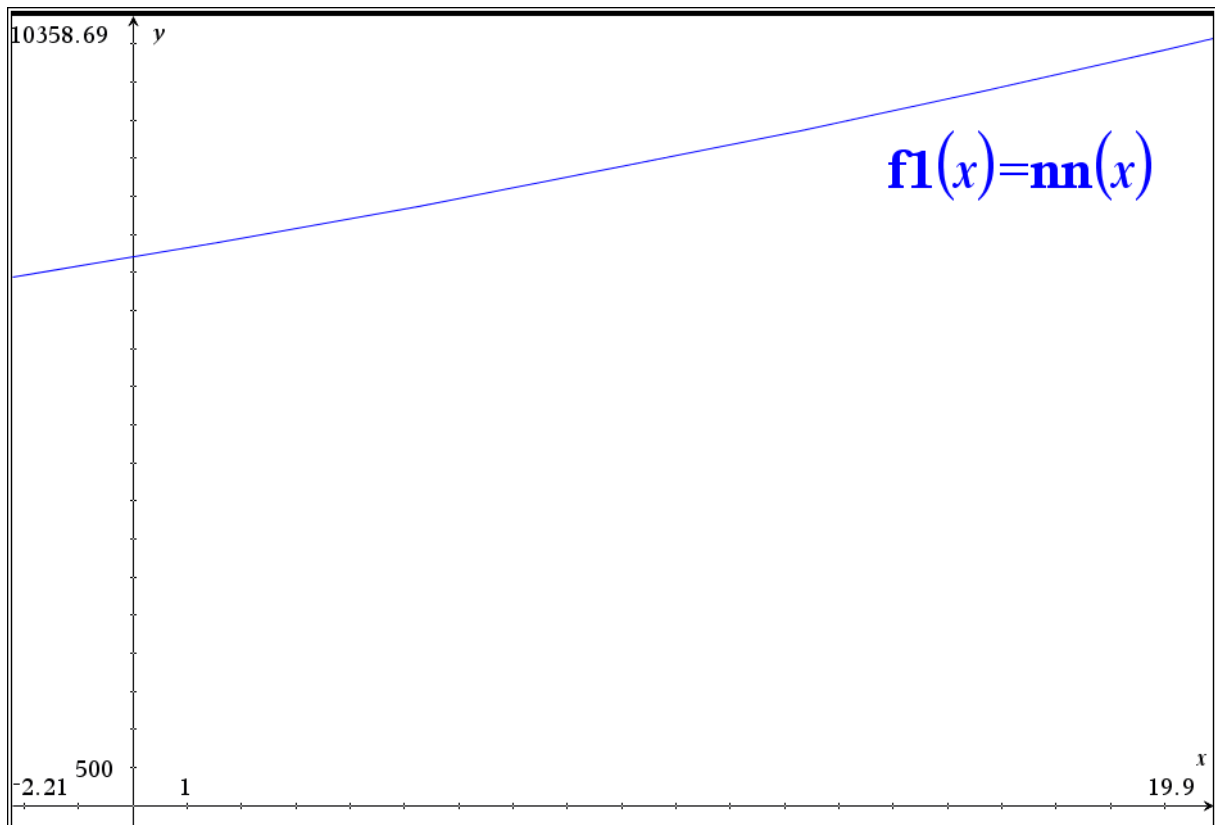
$nn(t) := n0 \cdot (1+pp)^t$	Done
$nn(25)$	10982.7

c)

solve $(2 = (1+pp)^t, t)$	$t = 41.119$
---------------------------	--------------

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:



4.3 (2 Punkte)

Lösen Sie folgende Gleichung nach x auf:

$$\log_{10}(x) + \ln(x) = 5$$

$$e^{5 - \frac{5}{\ln(10)+1}} \quad 32.6562$$

$$\log_{10}(32.656191401031) + \ln(32.656191401031) \quad 5.$$