

Mathematik

Bitte beachten:

- **Bearbeitungsdauer 120 Minuten**
- **Aufgabenserie umfasst 4 Aufgaben**
- **Die Aufgaben werden wie folgt bewertet**

Aufgabe 1.1	3 Punkte
Aufgabe 1.2	2 Punkte
Aufgabe 1.3	1 Punkte
Aufgabe 2.1	4 Punkte
Aufgabe 2.2	6 Punkte
Aufgabe 3.1	2 Punkte
Aufgabe 3.2	4 Punkte
Aufgabe 4.1	1 Punkte
Aufgabe 4.2	5 Punkte
Aufgabe 4.3	2 Punkte

- **Total sind 30 Punkte erreichbar**
- **Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.**
- **Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 8) einzutragen**
- **Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS fähig!)**

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

Z. Zt. besuchte Schule:

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 1

1.1 (3 Punkte)

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem in Abhängigkeit von p (x,y sind die Variablen).. Für welche Werte von p hat das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen?

$$\left| \begin{array}{l} 12 - 7x = -3y \\ -2py - 42x = -72 \end{array} \right|$$

$y = \frac{7x-12}{3}$ eingesetzt in 2. Gl: $x = \frac{724p+108}{314p+126} = \frac{12(p+9)}{7(p+9)} = 12/7$ und $y = 0$ 2 P

1P

$p = -9 \Rightarrow$ unendl. Viele L.

1.2 (3 Punkte)

Bei einem Quader ist die zweite Kante 1 cm länger als die erste und die dritte 3 cm länger als die zweite. Wie lange sind die Kanten, wenn die räumliche Diagonale 17 cm misst?

$$\sqrt{a^2 + (a+1)^2 + (a+4)^2} = 17 = \sqrt{3a^2 + 10a + 17} = 17 \implies (a = -\frac{34}{8} \text{ oder}) a = 8$$

Wurzel 1P

Gleichung 1P

L: 1P

Aufgabe 2

2.1 (4 Punkte)

Gegeben seien die Funktion $f(x) = x^2 - a x + 2$ und die Gerade gemäss $g(x) = a \cdot x - 2$

a) Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Funktionen für $a = 10$
2P

b) Berechnen Sie a so, dass der Graph von g die Kurve von f in einem Punkt berührt.
2P

$$x^2 - 20x + 4 = 0 \implies x = 2 \cdot (5 \pm 2 \cdot \sqrt{6})$$

$$x = 0.20204$$

$$x = 19.798$$

$$x^2 - 2a \cdot x + 4 = 0 \implies x = a \pm \sqrt{a^2 - 4}$$

genau 1L: Diskriminante = 0 $\implies a = \pm 2$

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

2.2 (6 Punkte)

Eine Gerade g sei gegeben durch $x + 3y - 12 = 0$

Zwischen g und den beiden Achsen wird im ersten Quadranten ein Rechteck eingeschrieben. Die Ecke A des Rechtecks liegt im Ursprung, die beiden anliegenden Seiten a und d fallen auf die beiden Achsen und die gegenüberliegende Ecke C liegt auf g . Wo muss C liegen, damit der Flächeninhalt des Rechtecks möglichst gross wird und wie gross wird dann dieser Flächeninhalt?

$$y = -\frac{1}{3}x + 4$$

$$A = x\left(-\frac{1}{3}x + 4\right) = -\frac{1}{3}x^2 + 4x \quad 2P$$

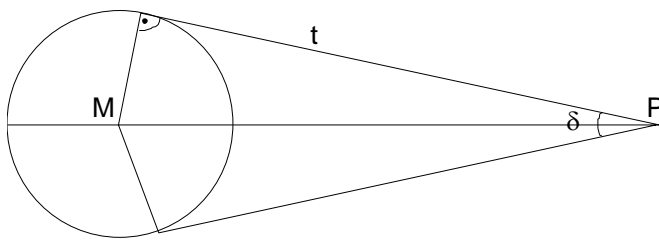
$$x_S = -\frac{\frac{4}{-2}}{\frac{-1}{3}} = 6 \quad 2P$$

$$C(6 | 2) \quad A = 12 \quad 2P$$

Aufgabe 3

3.1 (2 Punkte)

Von P aus sieht man eine Kugel unter $\delta = 18^\circ$. Der Radius der Kugel beträgt $r = 4.5$ m. Wie weit vom Zentrum der Kugel weg steht der Punkt P und wie gross ist die Strecke zwischen den beiden Tangentenberührungspunkten?



$$\frac{r}{d} = \sin(\delta/2) \implies d = \frac{r}{\sin(\frac{\delta}{2})} = 28.766$$

$$\text{Halber Abstand } u/2 = r \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \implies u = 8.8922$$

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:

3.2 (4 Punkte)

Von einem Dreieck seien die Seite $a = 12$ und die Winkel $\beta = 80^\circ$ sowie $\gamma = 33^\circ$ gegeben.

- a) Berechnen Sie die übrigen Seite und Winkel des Dreiecks
- b) Berechnen Sie den spitzen Winkel zwischen der Seitenhalbierenden s_c von c und der Höhe h_b auf b .

WSW: Sin-satz: $\alpha = 67^\circ$ $c = 7.10009$ $b = 12.8383$

Dreieck $sc, b, \frac{c}{2}$: sws: $sc : 11.9083$ $\beta : 97.0728$ $\gamma : 12.8383$ 2P

$180^\circ - \beta - \gamma : 360^\circ - 90^\circ - \beta - \gamma : 360^\circ - 90^\circ - 67^\circ - 97.0728 : 105.927$ 2P

spitzer Winkel $\beta : 180^\circ - \beta' : 74.0728$

$$h_b = a \sin(\gamma) = 6.5337$$

Aufgabe 4

4.1 (1 Punkt)

Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{\sqrt{256p^2q^3}}{\sqrt{4pq}} = 8q\sqrt{p}$

4.2 (5 Punkte)

In Tschernobyl ist am 26.4.1986 der radioaktive Stoff Cäsium 137 entwichen. Das Isotop Cäsium 137 verliert jährlich etwa 2.3% seiner radioaktiven Aktivität. 1986 wurde Anfang Mai in einer Probe eine Strahlenbelastung von 330 Becquerel (Zerfälle/Sekunde) gemessen.

- a) Berechnen Sie die radioaktive Belastung an Silvester 1999 in der Probe.
- b) Berechnen Sie die Halbwertszeit, d.h. die Zeitspanne, nach welcher die Aktivität auf die Hälfte des Anfangswertes abnimmt.
- c) Skizzieren Sie die Aktivitätskurve im unten stehenden Koordinatensystem

$$A(t) = A_0 \cdot 0.977^t = A_0 \cdot e^{\ln(0.977) \cdot t} = A_0 \cdot e^{-0.0233 \cdot t} = 330 \cdot 0.977^t$$

$$T = 13y 8 Mt = 41/3 y$$

$$A(41/3) = 240.108 \text{ Bq} \quad 2P$$

$$A_0 \cdot e^{-0.0233 \cdot t} = \frac{1}{2} A_0$$

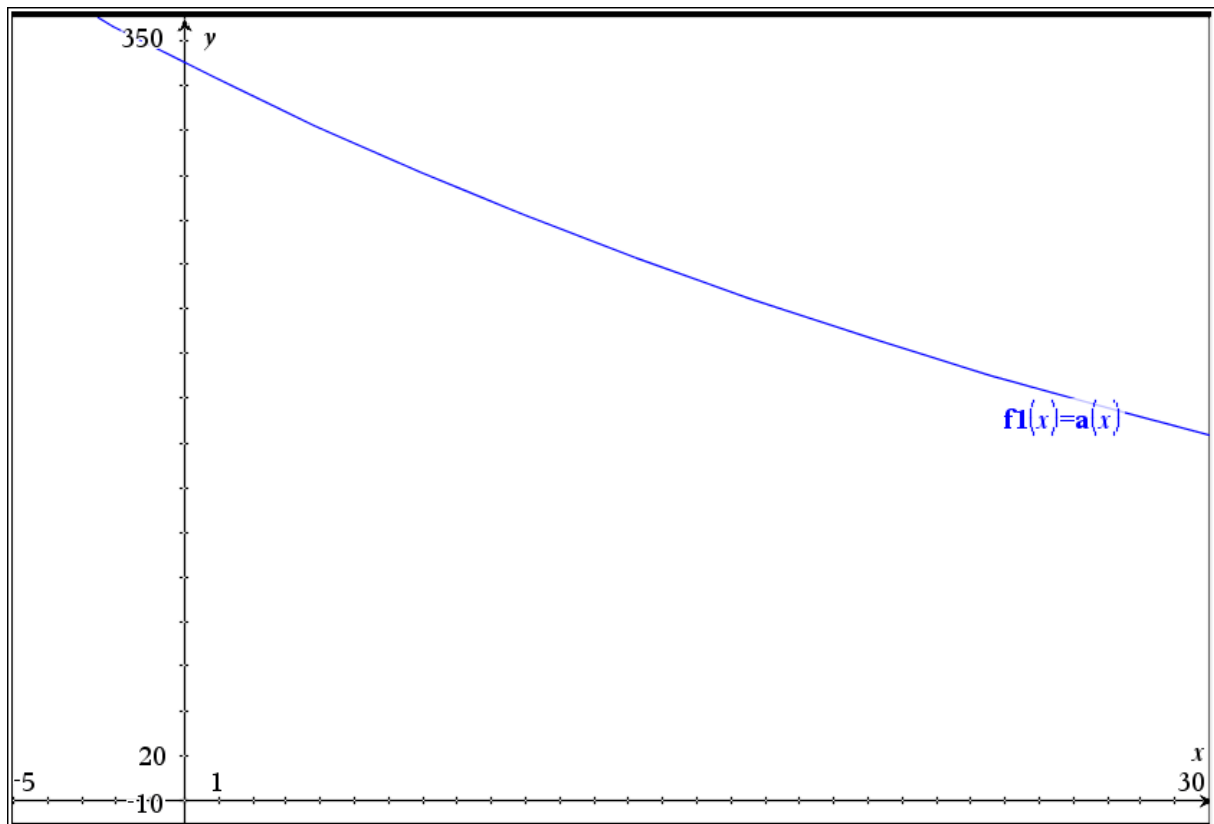
$$\ln(e^{-0.0233 \cdot t}) = -0.0233 \cdot t = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = \frac{\ln(1/2)}{-0.0233} = 29.8 \quad 2P$$

Graph 1P

Name/Vorname:

Prüfungsnummer:



4.3 (2 Punkte)

Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$-\log_b \left(\frac{a \cdot p}{b} \right) + 2 \cdot \log_b \left(\sqrt{\frac{a}{p}} \right) + 2 \cdot \log_b (p)$$

$$\log_b \left(\frac{1}{a \cdot p} \right) + \log_b (b) + \log_b \left(\frac{a}{p} \right) + \log(p^2)$$

$$\log_b \left(\frac{1}{a \cdot p} \right) + 1 + \log_b \left(\frac{a}{p} \right) + \log(p^2)$$

$$\log_b \left(\frac{1}{a \cdot p} \frac{a}{p} p^2 \right) + 1 = \log_b (1) + 1 = 1$$

1P

1P