

Aufnahmeprüfung 2023
für den Eintritt in das 1. Jahr des gymnasialen Bildungsgangs

Prüfung für den Übertritt aus dem 9. Schuljahr

Mathematik II

Kandidatennummer:

Name:

Vorname:

Geburtsdatum:

Bitte beachten:

- Bearbeitungsdauer: 60 Minuten
- Schreibe **nicht** mit Bleistift
- Erlaubte Hilfsmittel: **Taschenrechner**, Geodreieck, Zirkel, Lineal, Stifte in unterschiedlichen Farben.
- Alle Lösungsblätter sind mit Namen, Vornamen und Kandidatennummer zu versehen.
- Die Aufgaben sind unter Angabe aller **nachvollziehbaren Berechnungen** und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Antworten ohne nachvollziehbare Rechenwege geben keine Punkte.
- Die Punktzahlen der Aufgaben sind am rechten Rand angegeben, die Verteilung auf die Teilaufgaben jeweils am rechten Rand in Klammern.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Punkte	2	2	4	4	4	3	3	1	4	3	30
Erreicht											



Information zur Korrektur**Punkteverteilung: gemäss Lösungsschlüssel****Teilpunkte sind nur zulässig, falls diese im Lösungsschlüssel erwähnt sind.****Antworten ohne nachvollziehbaren Lösungsweg ergeben keine Punkte (Ausnahmen: A 6 und A 8).****Aufgabe 1**

/2 Pkt.

Wird von einer Zahl 9 subtrahiert und diese Differenz mit 15 multipliziert, erhält man 9 mehr, als wenn man die Zahl mit 7 multipliziert. Um welche Zahl handelt es sich?

Lösung:

$$(x - 9) \cdot 15 = 7x + 9 \Leftrightarrow 15x - 135 = 7x + 9 \Leftrightarrow 8x = 144 \Rightarrow x = 18$$

1 P. für die korrekte Gleichung

1 P. für das korrekte Resultat

Aufgabe 2

/2 Pkt.

Nina ist 13 Jahre alt. In 3 Jahren ist die Grossmutter doppelt so alt wie Ninas Mutter und in 7 Jahren ist die Grossmutter viermal so alt wie Nina. Wie alt sind die Mutter und die Grossmutter von Nina heute?

Lösung:

Alter Grossmutter in 7 Jahren: $(13+7) \cdot 4 = 80$ (heute 73)

Alter Grossmutter in 3 Jahren: $2 \cdot (\text{Alter Mutter})$

Alter Grossmutter in 3 Jahren: $76 = 2 \cdot (\text{Alter Mutter}) \rightarrow \text{Alter Mutter} = 38$ (heute 35)

\Rightarrow Die Mutter von Nina ist heute 35 Jahre alt.

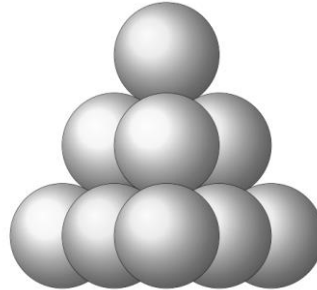
1 P. für das Alter der Grossmutter (73 Jahre)

1 P. für das Alter der Mutter (35 Jahre)

Aufgabe 3

/4 Pkt.

Du siehst eine Kugelpyramide von der Seite. Die Pyramide hat eine dreieckige Grundfläche und wird wie folgt aufgebaut:



- a) Wie viele Kugeln sind notwendig, um diese Pyramide zu bauen? (1)

Lösung:

$$(3 + 2 + 1) + (2 + 1) + 1 = 10 \text{ K.}$$

1 P. für das korrekte Resultat

- b) Wie viele zusätzliche Kugeln sind notwendig, um die Pyramide um zwei Schichten nach unten zu erweitern? (1)

Lösung:

$$(4 + 3 + 2 + 1) + (5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 25 \text{ K.}$$

1 P. für das korrekte Resultat

- c) Wie viele Kugeln sind notwendig, um eine Pyramide mit 7 Schichten zu bauen? (2)

Lösung:

$$1 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 1 = 7 + 12 + 15 + 16 + 15 + 12 + 7 = 84 \text{ K.}$$

1. P. für den Lösungsweg

1 P. für das richtige Resultat

Aufgabe 4

/4 Pkt.

Ein Haushalt verbraucht jedes Jahr 5200 kWh elektrische Energie. Eine Energieeinheit (kWh) kostet im Jahr 2022 Fr. 0.30. Für das Jahr 2023 wird eine Preissteigerung von 40% vorausgesagt. Die Haushaltsbewohner entscheiden deshalb, eine Photovoltaik-Anlage anzuschaffen, welche einen Viertel des Jahresverbrauchs an Energie durch Solarstrom abdeckt. Die Kauf- und Einrichtungskosten für die Photovoltaik-Anlage werden in den folgenden Aufgaben **nicht** berücksichtigt und es wird davon ausgegangen, dass im Jahr 2023 wiederum 5200 kWh elektrische Energie verbraucht werden.

- a) Wie hoch ist nun der Durchschnittspreis für eine Energieeinheit im Jahr 2023, wenn die Gesamtkosten auf die ursprünglich verbrauchten 5200 kWh verteilt wird? (2)

Lösung:

$$\frac{5200 \cdot \frac{3}{4} \cdot 0.3 \cdot 1.4}{5200} = 0.315 \text{ Franken}$$

2 P. für das korrekte Resultat mit dem richtigen Lösungsweg
Je 1 P. Abzug für ein fehlendes Element im Lösungsweg

- b) Wie hoch ist die Einsparung durch die Photovoltaik-Anlage im Jahr 2023? (2)

Lösung:

$$5200 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0.3 \cdot 1.4 = 546 \text{ Franken}$$

2 P. für das korrekte Resultat mit dem richtigen Lösungsweg
Je 1 P. Abzug für ein fehlendes Element im Lösungsweg

Aufgabe 5

/4 Pkt.

In einem Kaufhaus in Deutschland wurde im Jahr 2022 ein Basic-T-Shirt mit 25.30 Euro angeschrieben. David hatte sich ein solches T-Shirt gekauft. Er berechnete, dass ihn dies nach damaligem Wechselkurs Fr. 27.45 gekostet hatte.

- a) Wie viele Euros würde man nach Davids damaligem Wechselkurs für Fr. 100.- erhalten?
Runde auf 2 Stellen nach dem Komma. (1)

Lösung:

$$25.3 \cdot \frac{100}{27.45} = 92.17 \text{ Euro}$$

1 P. für korrektes Resultat

- b) Gib aufgrund von Davids damaligem Wechselkurs eine exakte Funktionsgleichung an, die den Preis y in Franken, abhängig vom Preis x in Euro, angibt.
Runde auf 3 Stellen nach dem Komma. (1)

Lösung:

$$y = \frac{27.45}{25.3} x = \frac{2745}{2530} x (= 1.085x)$$

1 P. für korrektes Resultat

- c) Gegenüber dem Vorjahr war dasselbe Basic-T-Shirt 2022 um 10 % teurer (in Euros) geworden. 2021 hatte das Kaufhaus davon 154 Exemplare verkauft. Gegenüber dem Vorjahr wurde im Jahr 2022 betreffend dieses T-Shirts ein Einnahmeverlust von 30 % verzeichnet. Wie viele Exemplare hatte das Kaufhaus 2022 verkauft? (2)

Lösung:

Preis Jahr 2021: 25.3 Euro: 1.1 = 23 Euro

Einnahmen im Jahr 2021: 154 · 23 Euro = 3542 Euro

Einnahme im Jahr 2022: 3542 Euro · 0.7 = 2479.4 Euro

Anzahl verkaufter T-Shirt im Jahr 2022: 2479.4 Euro : 25.3 Euro = 98

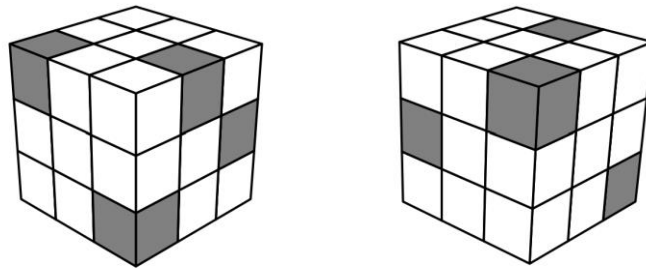
1 P. für korrekte Einnahmen im Jahr 2021

1. P für korrekte Anzahl verkaufter T-Shirts im Jahr 2022 (Folgefehler berücksichtigen)

Aufgabe 6

/3 Pkt.

Unten ist zweimal derselbe Würfel zu sehen, allerdings aus unterschiedlichen Perspektiven, wobei immer dieselbe Fläche auf dem Boden liegt. Er besteht aus 27 gleich grossen Würfeln, von denen einige grau sind.



a) Von wie vielen Würfeln kann man insgesamt beurteilen, ob sie grau oder weiss sind.

(1)

Lösung:

23 W. (4 W. sind in aus den beiden Perspektiven nicht bestimmbar)

1 P. für das korrekte Resultat

b) Von wie vielen Würfeln kann man sicher sagen, dass sie grau sind?

(1)

Lösung:

Von 5 Würfeln kann man sicher sagen, dass sie grau sind.

1 P. für das korrekte Resultat

c) Wie viele graue Würfel hat es höchstens?

(1)

Lösung:

Höchstens 9 graue W. (die 5 erkennbaren sowie möglicherweise die W. von Aufgabe b)

1 P. für das korrekte Resultat

Aufgabe 7

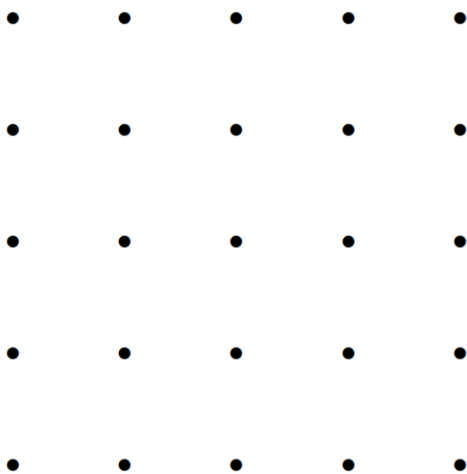
/3 Pkt.

Das folgende Gitter besteht aus 25 Punkten. Zwei benachbarte Punkte, die waagrecht nebeneinander oder senkrecht übereinander liegen, haben immer denselben Abstand.

Verbindet man vier dieser Punkte miteinander, so kann hierbei ein Quadrat entstehen (welches auch schräg zu liegen kommen kann).

Überlege, welche Grössen solche Quadrate prinzipiell haben können. (Es geht nicht darum, alle möglichen Quadrate zu finden, sondern nur, wie gross diese sind).

Zeichne zu jeder der möglichen Quadratgrössen ein entsprechendes Quadrat ein.



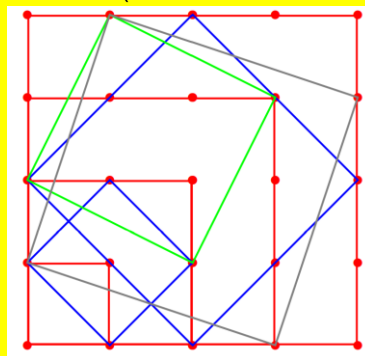
Antwort:

Es gibtverschieden grosse Quadratgrössen.

Zeichne stellvertretend für jede Quadratgrösse genau ein Quadrat ins Gitter ein.

Lösung:

Es gibt 8 verschieden grosse Quadrate. (Antwort ohne Zeichnung gibt keine Punkte!)



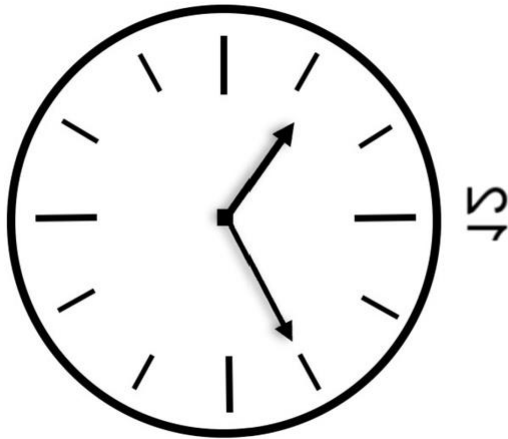
1 P. für alle vier rote Quadrate

0.5 P. für jedes schräg eingezeichnete Quadrat unterschiedlicher Grösse.

Aufgabe 8

/1 Pkt.

Nina macht den Kopfstand und sieht im Spiegel ihre Armbanduhr (siehe Bild unten).
Wie spät ist es?

**Lösung:**

01.50 Uhr oder 13.50 Uhr

1 P. für korrektes Resultat

Aufgabe 9

/4 Pkt.

Anna, Mia und Lia machen auf ihrer Wanderung Rast und nehmen Platz auf einer Sitzbank.

(a) Gib an, wie viele verschiedene Sitzreihenfolgen es gibt.

(1)

Lösung:

$$(3! =) 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

1 P. für korrektes Resultat mit nachvollziehbarem Lösungsweg

Nun kommen Fred und Paul bei derselben Sitzbank vorbei und möchten sich ebenfalls hinsetzen.

(b) Wie viele verschiedene Sitzreihenfolgen gibt es, wenn die beiden Knaben

nebeneinandersitzen möchten und die Mädchen sich beliebig neu hinsetzen?

(2)

Lösung:

$$48 = ([4 \cdot 2] \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)$$

1 P. für die korrektes nachvollziehbares Prinzip der Jungen (z. B. eckige Klammer)

1 P. für nachvollziehbare «Produktregel»

Folgefehler aus (a) werden berücksichtigt d. h. kein Punkteabzug

(c) Gesamthaft hat die Gruppe drei identische Sonnenbrillen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, diese drei auf die fünf Jugendlichen zu verteilen, so dass jede Person maximal eine Sonnenbrille erhält?

(1)

Lösung:

$$\binom{5}{3} = 10$$

1 P. für das korrekte Resultat

Aufgabe 10

/3 Pkt.

Ein Stausee würde durch zwei Zuflüsse in 8 Tagen gefüllt. Weil der zweite Zufluss aber nach 4 Tagen geschlossen wird, dauert es dann noch weitere 12 Tage, um den See durch den ersten Zufluss allein zu füllen.

(a) Wie lange würde der erste Zufluss alleine brauchen, um den ganzen See zu füllen?

(1.5)

Lösung:

$$12 \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 24 \text{ Tage}$$

Der erste Zufluss braucht alleine 24 Tage.

0.5 P. für die korrekt aufgestellte Ausgangsgleichung

1. P. für nachvollziehbares, korrektes Endresultat

(b) Wie lange würde der zweite Zufluss alleine brauchen, um den ganzen See zu füllen?

(1.5)

Lösung:

$$4 \cdot \frac{1}{24} + 4 \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 12 \text{ Tage}$$

Der zweite Zufluss braucht alleine 12 Tage.

0.5 P. für die korrekt aufgestellte Ausgangsgleichung

1. P. für nachvollziehbares, korrektes Endresultat

Die 1.5 P. werden auch vergeben, wenn erkannt wurde, dass der zweite Zufluss doppelt so viel Wasser liefert wie der erste Zufluss und damit in der Hälfte der Zeit fertig ist (allfällige Folgefehler aus (a) sind zu berücksichtigen).