

Aufnahmeprüfung 2021  
für den Eintritt in das 1. Jahr des gymnasialen Bildungsgangs  
eines Gymnasiums des Kantons Bern

## Prüfung für den Übertritt aus dem 9. Schuljahr

### Mathematik II

Kandidatennummer: .....

Name: .....

Vorname: .....

Geburtsdatum: .....

Bitte beachten:

- Bearbeitungsdauer: 60 Minuten
- Alle Lösungsblätter sind mit Namen, Vornamen und Kandidatennummer zu versehen.
- Die Aufgaben sind unter Angabe aller **nachvollziehbaren Berechnungen** und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen.
- Die Punktzahlen der Aufgaben sind am rechten Rand angegeben, die Verteilung auf die Teilaufgaben jeweils am rechten Rand in Klammern.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Geodreieck, Zirkel, Lineal, Stifte in unterschiedlichen Farben.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Punkte	2	2	3	2	4	3	3	2	3	24
Erreicht										

**Aufgabe 1**

/2 Pkt.

Gib sämtliche vierstelligen Zahlen an, welche **alle** folgenden Bedingungen erfüllen:

1. Die Zahlen sind gerade.
2. Die Zahlen liegen zwischen 1000 und 3000.
3. Die Summe der vier Ziffern (Quersumme) der Zahlen beträgt höchstens 11.
4. Die Ziffer 0 kommt nicht vor
5. In jeder Zahl kommt keine Ziffer mehrfach vor.

**Lösung:**

Es können nur die Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 vorkommen (wobei 4 und 5 nicht zusammen vorkommen können)

$5xyz$ ,  $4xyz$  sowie  $3xyz$  sind nicht möglich, ebenso  $xyz1$ ,  $xyz3$ ,  $xyz5$

Es handelt sich um folgende acht Zahlen:

1234 , 1324, 1342, 1352, 1432, 1532, 2134, 2314

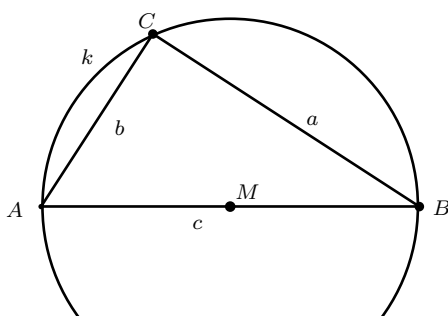
2 Pkt. für eine komplette Auflistung aller Zahlen.

(nur 1 Pkt. falls erkennbar ist, dass sinnvolle Überlegungen gemacht wurden, jedoch einzelne Zahlen vergessen wurden.)

**Aufgabe 2**

/2 Pkt.

Gegeben ist ein Kreis mit Mittelpunkt  $M$  und Durchmesser 5 cm sowie die Strecke  $b = 3$  cm. Berechne die Fläche des Dreiecks  $ABC$ :

**Lösung:**

1 Pkt. für rechter Winkel (Thaleskreis) und deshalb

0.5 Pkt. anwenden des Satzes von Pythagoras:  $a = \sqrt{(5 \text{ cm})^2 - (3 \text{ cm})^2} = 4 \text{ cm}$

oder mit Zahlentripel, "Maurerdreieck" etc.

0.5 Pkt. für die Berechnung der Fläche:  $A = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$

**Aufgabe 3**

/3 Pkt.

Verlängert man bei einem Quadrat zwei gegenüberliegende Seiten um je 4 m und verkürzt die beiden anderen Seiten um je 3 m, so entsteht ein Rechteck. Sein Flächeninhalt ist um  $24 \text{ m}^2$  grösser als beim Quadrat. Berechne den Flächeninhalt des ursprünglichen Quadrats.

**Lösung:**

$$x^2 + 24 \text{ m}^2 = (x - 3 \text{ m}) \cdot (x + 4 \text{ m})$$

$$x = 36 \text{ m, also beträgt die Fläche } 1296 \text{ m}^2$$

1 Pkt. für eine korrekte Gleichung oder einen sinnvollen Ansatz

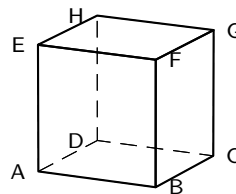
1 Pkt. für  $x = 36 \text{ m}$  (oder Folgefehler)

1 Pkt. für die richtige Fläche (oder Folgefehler)

**Aufgabe 4**

/2 Pkt.

Der folgende Würfel kann in vier Richtungen gekippt werden: Nach vorne (Gemäss Ausgangsposition wäre dies über die Kante AB), nach hinten (über die Kante DC), nach rechts (über die Kante BC) oder nach links (über die Kante AD):



(a) Der Würfel macht folgende Kippfolge: hinten – rechts – vorne – links. Welche vier Buchstaben befinden sich unten? (1)

(b) Der Würfel wurde so gekippt, dass in der vorderen Fläche die Buchstaben BCFG stehen und zwar so, dass C unten rechts liegt. Gib eine Kippfolge an, die mit höchstens 3 Kippungen zum Ziel führt. (1)

**Lösung:**

(a) HDCG

(b) z. B. Nach hinten, links, vorne

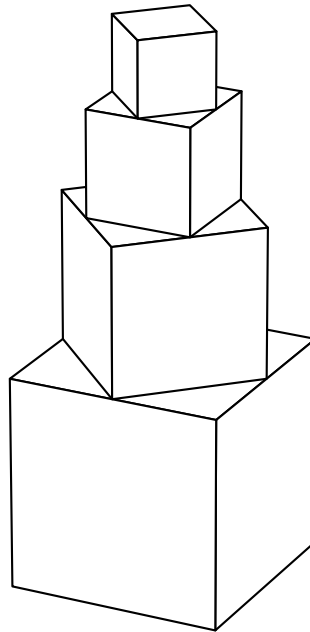
weitere Lösungen: L-V-R, R-H-L, V-R-H

je 1 Pkt. für die richtige Lösung. Keine Teilpunkte

**Aufgabe 5**

/4 Pkt.

Das folgende Bild zeigt einen Würfelturm, der auf dem Boden steht. Die vier Ecken der Grundfläche eines Würfels stehen jeweils genau auf der Mitte einer Kante des darunterliegenden Würfels.



- (a) Wie gross ist die Oberfläche des abgebildeten Würfelturms, die Luft-Kontakt hat, wenn das Volumen des untersten Würfels exakt  $1 \text{ m}^3$  beträgt? (2)
- (b) Auf diese Weise werden total 100 Würfel aufeinander gestapelt. Wie viele Teil-Flächen haben dann Luft-Kontakt? Dabei zählt jedes Quadrat und jedes Dreieck als Teil-Fläche. (2)

**Lösung:**

(a) Die senkrecht von oben sichtbaren Deckflächen sind zusammen  $1 \text{ m}^2$  gross. Dazu kommen die Seitenflächen, wobei sich von einem Würfel zum nächsten die Quadratflächen halbieren.

$$1 \text{ m}^2 + 4 \text{ m}^2 + 2 \text{ m}^2 + 1 \text{ m}^2 + 0.5 \text{ m}^2 = 8.5 \text{ m}^2$$

2 Pkt. für die richtige Lösung

nur 1 Pkt. für Folgefehler, wenn die Verkleinerung der Seitenfläche falsch ist.

(b)  $401 \text{ Quadrate} + 4 \cdot 99 \text{ Dreiecke} = 797$

2 Pkt. für die richtige Lösung

nur 1 Pkt. für eine Lösung zwischen 798 und 801

**Aufgabe 6**

/3 Pkt.

Eine rechteckige Terrasse der Länge 8.10 m und Breite 4.32 m soll mit quadratischen Steinplatten komplett ausgelegt werden. Im Standardsortiment stehen Steinplatten zur Verfügung, deren in cm gemessene Seitenlängen jeweils ganzzahlig sind (z.B. 5 cm x 5 cm).

- (a) Wie viele Steinplatten würde man brauchen, wenn man Platten mit einer Seitenlänge von 6 cm nehmen würde? (1)
- (b) Man möchte möglichst grosse quadratische Steinplatten verwenden ohne dass man sie zuschneiden muss. Wie lang ist in diesem Fall die Seitenlänge einer Steinplatte? (2)

**Lösung:**

(a) Anzahl Platten =  $\frac{810}{6} \cdot \frac{432}{6} = 135 \cdot 72 = 9720$  Platten

(b) Gesucht ist der ggT von 810 cm und 432 cm:  $810 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$  und  $432 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$   
Also  $\text{ggT}(810; 432) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 54$  cm.

bei (a) 1 Pkt. für die richtige Anzahl, keine Teilpunkte

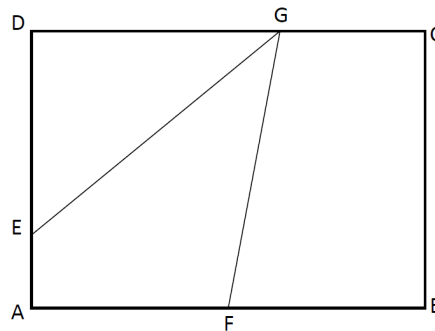
bei (b) 2 Pkt. für richtige Lösung mit sinnvollem Lösungsweg, nur 1 Pkt. für mögliche Lösung, die nicht die grösste ist (9 cm x 9 cm, 18 cm x 18 cm, 27 cm x 27 cm)

(0 Pkt. für 2 cm x 2 cm, 3 cm x 3 cm oder 6 cm x 6 cm)

**Aufgabe 7**

/3 Pkt.

Das Rechteck  $ABCD$  hat die Abmessungen:  $\overline{AB} = 12$  cm und  $\overline{BC} = 10$  cm. Die Strecken  $EG$  und  $FG$  teilen das Rechteck in drei flächengleiche Vielecke. Ausserdem gilt:  $\overline{AF} = \overline{FB}$ .



(a) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks  $AFGE$ . (1)

(b) Berechne die Länge der Strecke  $AE$ . (2)

**Lösung:**

(a) Da die Fläche des Rechtecks  $ABCD$   $120 \text{ cm}^2$  beträgt, hat das Viereck  $AFGE$  eine Fläche von  $40 \text{ cm}^2$

1 Pkt. für die richtige Lösung, keine Teilpunkte

(b) Trapezfläche rechts:  $40 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm} \cdot \frac{\overline{GC} + 6 \text{ cm}}{2} \Rightarrow \overline{GC} = 2 \text{ cm}$ , also ist  $\overline{DG} = 10 \text{ cm}$

Dreiecksfläche links:  $40 \text{ cm}^2 = \frac{10 \text{ cm} \cdot \overline{DE}}{2} \Rightarrow \overline{DE} = 8 \text{ cm}$

Also ist  $\overline{AE} = 2 \text{ cm}$

2 Pkt. für die richtige Lösung mit Herleitung

nur 1 Pkt. für richtige Berechnung beim Trapez aber ohne richtige Lösung für  $AE$

**Aufgabe 8**

/2 Pkt.

Sämtliche Seiten eines Rechtecks  $ABCD$  werden verdoppelt. Es entsteht dadurch ein neues Rechteck  $A'B'C'D'$ , welches doppelt so lange Seiten aufweist, wie das ursprüngliche Rechteck  $ABCD$ .

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Kreuze an!

Bei diesem Prozess wird die Winkelsumme verdoppelt.

Richtig

**Falsch**

Bei diesem Prozess wird der Flächeninhalt verdoppelt.

Richtig

**Falsch**

Bei diesem Prozess wird der Umfang verdoppelt.

**Richtig**

Falsch

Bei diesem Prozess wird die Länge der Diagonalen verdoppelt.

**Richtig**

Falsch

**Lösung:**

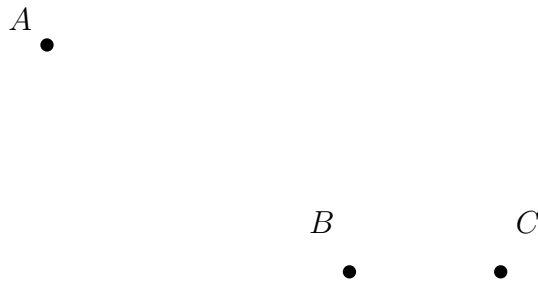
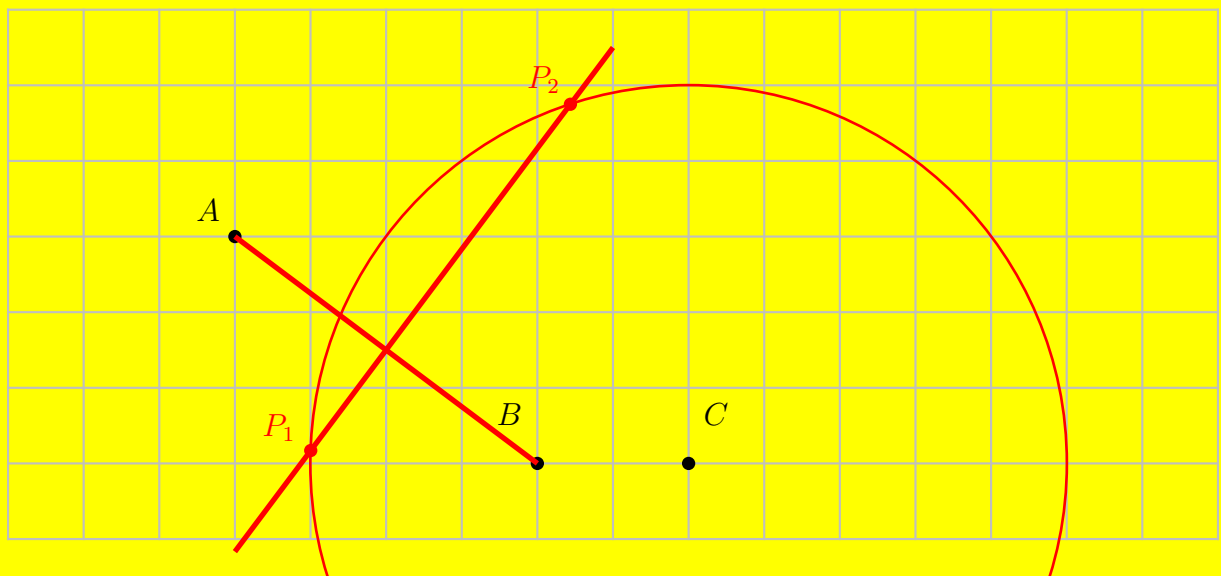
2 Pkt. für alle Antworten richtig

1 Pkt. bei einer falschen Antwort

**Aufgabe 9**

/3 Pkt.

**Konstruiere** mit Zirkel und Lineal alle Punkte, welche gleich weit von  $A$  und  $B$  entfernt zu liegen kommen und vom Punkt  $C$  genau gleich weit entfernt sind, wie  $A$  von  $B$  entfernt ist.

**Lösung:**

1 Pkt. für Konstruktion Mittelsenkrechte durch  $A$  und  $B$

1 Pkt. für Kreis mit Radius  $AB$  und Mittelpunkt  $C$

0.5 Pkt. pro Schnittpunkt  $P_1$  und  $P_2$ .