

Aufnahmeprüfung 2020  
für den Eintritt in das 1. Jahr des gymnasialen Bildungsgangs  
eines Gymnasiums des Kantons Bern

## Prüfung für den Übertritt aus dem 9. Schuljahr

### Mathematik II

Kandidatennummer: .....

Name: .....

Vorname: .....

Geburtsdatum: .....

Bitte beachten:

- Bearbeitungsdauer: 60 Minuten
- Alle Lösungsblätter sind mit Namen, Vornamen und Kandidatennummer zu versehen.
- Die Aufgaben sind unter Angabe aller **nachvollziehbaren Berechnungen** und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen.
- Die Punktzahlen der Aufgaben sind am rechten Rand angegeben, die Verteilung auf die Teilaufgaben jeweils am rechten Rand in Klammern.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Geodreieck, Zirkel, Lineal, Stifte in unterschiedlichen Farben.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Punkte	2	3	2	3	4	3	3	3	23
Erreicht									

**Aufgabe 1**

/2 Pkt.

Lola, Luna, Tobi und Fini sind alles Tiere. Aber keines der Tiere ist von der gleichen Art. Die Tiere sind: Eine Katze, ein Pferd, ein Hund und eine Kuh. Lola ist weder eine Katze noch ein Pferd. Der Hund heisst Tobi. Luna ist weder eine Katze noch eine Kuh. Was ist Fini für ein Tier?

**Lösung:**

Lola: Hund oder Kuh

Tobi: Hund → Lola ist eine Kuh

Luna: Hund oder Pferd → Luna ist ein Pferd

Fini: Katze

2 Pkt. für die richtige Antwort mit einer Art Herleitung

1 Pkt. wenn die richtige Antwort nur geraten wurde

1 Pkt. wenn zumindest Lola oder Luna richtig zugeordnet werden

**Aufgabe 2**

/3 Pkt.

- (a) Ein Rechteck hat die Seitenlängen  $a$  und  $b$ . Alle Seiten werden um 10% verlängert. Um wie viel Prozent vergrössert sich der Umfang? (1)
- (b) Bei einem Quader mit den Kantenlängen  $a$ ,  $b$  und  $c$  werden die Kanten um 10% verlängert. Um wie viel Prozent ändert sich das Volumen? (2)

**Lösung:**(a)  $U = 2(a + b)$ ,  $U' = 2(1.1a + 1.1b) = 2.2 \cdot (a + b)$ , also auch um 10%(b)  $V = a \cdot b \cdot c$ ,  $V' = 1.1a \cdot 1.1b \cdot 1.1c = 1.331 \cdot a \cdot b \cdot c$ , also um ca. 33%

bei (a) gibt es auch ohne Lösungsweg 1 Pkt.

bei (b) gibt es ohne Lösungsweg nur 1 Pkt.

**Aufgabe 3**

/2 Pkt.

Der Mittelwert von fünf verschiedenen positiven ganzen Zahlen ist 67. Wie gross kann die kleinste dieser Zahlen höchstens sein?

**Lösung:**

Die kleinste Zahl ist maximal, wenn die anderen nur minimal grösser sind als sie:

$$\frac{x+x+1+x+2+x+3+x+4}{5} = 67 \Rightarrow x = 65$$

2 Pkt. für die Lösung mit einem Lösungsweg oder einer sinnvoller Begründung

nur 1 Pkt. wenn man mit ausprobieren auf die Lösung kommt

**Aufgabe 4**

/3 Pkt.

Eine Ärztin arbeitet in einem Spital vier Tage nacheinander und hat am fünften Tag frei. Dann folgen wieder vier Arbeitstage und danach wieder ein freier Tag - und so weiter. Wie viele freie Tage fallen während eines Jahres auf einen Sonntag, wenn die Ärztin am Montag, dem 1. Januar, nach einem freien Tag wieder zu arbeiten beginnt?

**Lösung:**

Zum Beispiel: Jeder fünfte Tag ist ein freier Tag. Jeder siebte Tag ist ein Sonntag. Somit ist jeder 35. Tag (kgV) beides. Der 350. Tag des Jahres ist der letzte solche Tag. Deshalb gibt es 10 freie Sonntage.

3 Pkt. für die richtige Antwort mit sinnvollem Lösungsweg

nur 2 Pkt. für die Überlegung, dass jeder 35. Tag ein freier Sonntag ist

nur 1 Pkt. für die richtige Lösung ohne Lösungsweg

**Aufgabe 5**

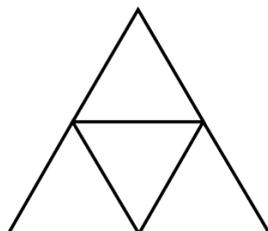
/4 Pkt.

Man legt mit gleich langen Zündhölzchen gleichseitige Dreiecke und ergänzt diese schrittweise zu grösseren gleichseitigen Dreiecken, indem jeweils an der unteren Dreiecksseite mit den Hölzchen weitere Dreiecke hinzugefügt werden (siehe Abbildung). Figur 1 besteht aus 3 Zündhölzchen, Figur 2 aus 9 Zündhölzchen, Figur 3 aus 18 Zündhölzchen.

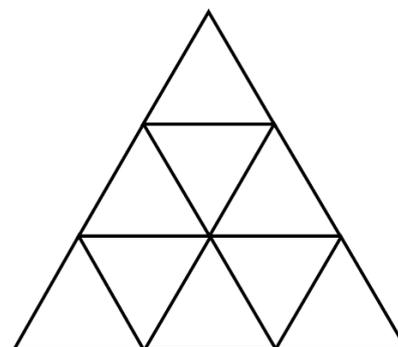
Figur 1:



Figur 2:



Figur 3:



Die Figurenfolge wird nun nach dem obigen Prinzip weitergeführt.

- (a) Berechne die Anzahl Hölzchen in Figur 5 und in Figur 10. (2)
- (b) Es sei  $a_n$  die Anzahl Hölzchen in Figur  $n$  und  $a_{n+1}$  die Anzahl Hölzchen in der darauf folgenden Figur. Gib eine Formel an, wie  $a_{n+1}$  aus  $a_n$  berechnet werden kann. (2)

**Lösung:**

(a) z. B. Figur 1: 1 Dreieck mit der Spitze nach oben, Figur 2: 3 Dreiecke mit der Spitze nach oben, Figur 3: 6 Dreiecke mit der Spitze nach oben etc.

Für die Figur 5 hätte es  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$  Dreiecke mit der Spitze nach oben, also 45 Hölzchen.

Für die Figur 10 hätte es  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$  Dreiecke mit der Spitze nach oben, also 165 Hölzchen.

(b) Mögliche Lösung:  $a_{n+1} = a_n + 3n + 3$

bei (a) je 1 Pkt. für die richtige Lösung

nur 1 Pkt. für das Erkennen einer Gesetzmässigkeit

bei (b) 2 Pkt. für eine richtige Lösung oder fast richtige Lösung

nur 1 Pkt. für etwas wie  $+3n$

**Aufgabe 6**

/3 Pkt.

Trockenes Buchenholz hat eine Dichte von  $700 \text{ kg pro m}^3$ .

- (a) Welche Masse in kg hat ein trockener Buchenholzwürfel, der eine Kantenlänge von 50 cm hat? (1)
- (b) Ein trockener Buchenholzwürfel mit Kantenlänge 50 cm soll durch gleichmässiges Abschleifen aller sechs Würfelflächen 20 kg leichter gemacht werden. Wie viele mm müssen von jeder Würfelfläche abgeschliffen werden? (2)

**Lösung:**

$$(a) V = (0.5 \text{ m})^3 = 0.125 \text{ m}^3$$

$$\text{Masse} = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.125 \text{ m}^3 = 87.5 \text{ kg}$$

(b) Der Würfel hat dann die Masse 67.5 kg, also  $s = \sqrt[3]{\frac{67.5 \text{ kg}}{700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \approx 0.4586 \text{ m}$ , also müssen 21 mm pro Seite abgeschliffen werden.

bei (a) 1 Pkt. für die richtige Lösung mit Lösungsweg, sonst 0 Pkt.

bei (b) 2 Pkt. für "21 mm pro Seite" (oder einem anderen richtigen Wert bei Folgefehler aus (a))  
nur 1 Pkt. für die neue Kantenlänge aber dann Aussagen wie "2 cm pro Seite", "42 mm müssen abgeschliffen werden" oder ähnlichem sowie wenn jemand (z.B. mit einem ausgehöhlten Würfel) auf ungefähr die richtige Lösung (19 mm pro Seite) kommt.

**Aufgabe 7**

/3 Pkt.

Auf dem Fitnessparcours muss man von links nach rechts über 6 Holzstämmen hüpfen:

0                    0                    0                    0                    0                    0

Fritz überlegt sich, dass er – vorausgesetzt, er hätte Superkräfte – auch mit einem einzigen langen Sprung alle 6 Stämme überspringen könnte. Oder er könnte zuerst 2 und dann 4 Stämme überspringen; oder zuerst 4 dann 2 etc.

(a) Wie viele Möglichkeiten hätte Fritz, die Stämme mit **höchstens** 2 Sprüngen zu überspringen? (1)

(b) Wie viele Möglichkeiten hätte Fritz, die Stämme mit 3 Sprüngen zu überspringen? (2)

**Lösung:**

(a) Mit 1 Sprung: 1 Möglichkeit

Mit 2 Sprüngen: 5 Möglichkeiten: 1+5 oder 2+4 oder 3+3 oder 4+2 oder 5+1

Also Total 6 Möglichkeiten

(b) Mit 3 Sprüngen gibt es folgende Möglichkeiten: 2+2+2, oder 3 mal 1+1+4 oder 6 mal 1+2+3, also Total 10 Möglichkeiten.

bei (a) 1 Pkt. für die richtige Antwort, sonst 0 Pkt.

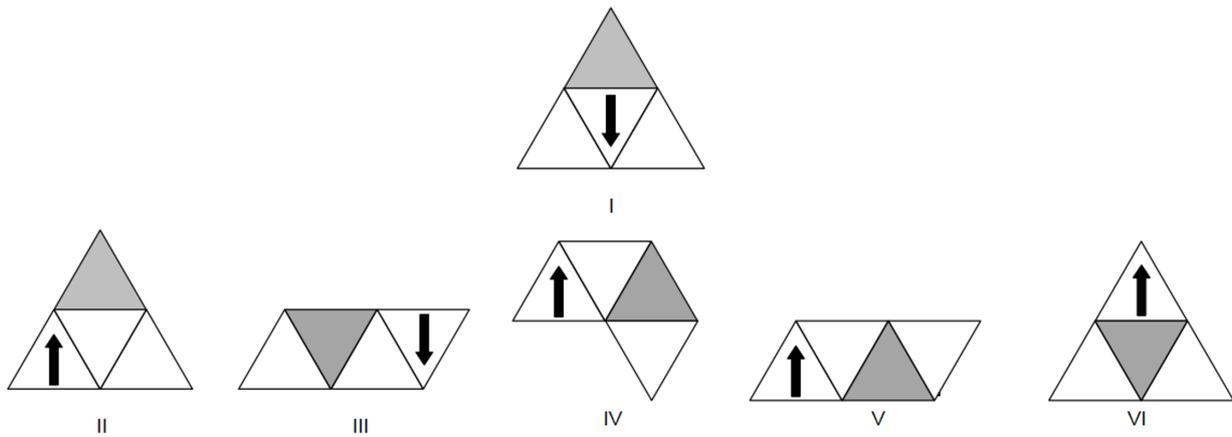
bei (b) 2 Pkt. für die richtige Antwort

nur 1 Pkt. wenn die Permutationen nicht gezählt wurden (oder falsch).

**Aufgabe 8**

/3 Pkt.

Welche der Abwicklungen II bis VI ergeben dieselbe Pyramide wie die Abwicklung I? Kreuze die richtigen Antworten an.



Ist Pyramide I gleich wie II?

Ja  **Nein**

Ist Pyramide I gleich wie III?

**Ja**  Nein

Ist Pyramide I gleich wie IV?

Ja  **Nein**

Ist Pyramide I gleich wie V?

**Ja**  Nein

Ist Pyramide I gleich wie VI?

**Ja**  Nein

**Lösung:**

3 Pkt. wenn alles richtig ist

2 Pkt. bei 1 Fehler

1 Pkt. bei 2-3 Fehler

0 Pkt bei 4-5 Fehler