

Aufnahmeprüfung 2021
für den Eintritt in das 1. Jahr des gymnasialen Bildungsgang
eines Gymnasiums des Kantons Bern

Prüfung für den Übertritt aus dem 8. Schuljahr

Mathematik II

Kandidatennummer:

Name:

Vorname:

Geburtsdatum:

Bitte beachten:

- Bearbeitungsdauer: 60 Minuten
- Alle Lösungsblätter sind mit Namen, Vornamen und Kandidatennummer zu versehen.
- Die Aufgaben sind unter Angabe aller **nachvollziehbaren Berechnungen** und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen.
- Die Punktzahlen der Aufgaben sind am rechten Rand angegeben, die Verteilung auf die Teilaufgaben jeweils am rechten Rand in Klammern.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Geodreieck, Zirkel, Lineal, Stifte in unterschiedlichen Farben.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Punkte	2	2	3	2	4	3	3	2	3	24
Erreicht										

Aufgabe 1

/2 Pkt.

Gib sämtliche vierstelligen Zahlen an, welche **alle** folgenden Bedingungen erfüllen:

1. Die Zahlen sind gerade.
2. Die Zahlen liegen zwischen 1000 und 3000.
3. Die Summe der vier Ziffern (Quersumme) der Zahlen beträgt höchstens 11.
4. Die Ziffer 0 kommt nicht vor
5. In jeder Zahl kommt keine Ziffer mehrfach vor.

Lösung:

Es können nur die Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 vorkommen (wobei 4 und 5 nicht zusammen vorkommen können)

$5xyz$, $4xyz$ sowie $3xyz$ sind nicht möglich, ebenso $xyz1$, $xyz3$, $xyz5$

Es handelt sich um folgende acht Zahlen:

1234 , 1324, 1342, 1352, 1432, 1532, 2134, 2314

2 Pkt. für eine komplette Auflistung aller Zahlen.

(nur 1 Pkt. falls erkennbar ist, dass sinnvolle Überlegungen gemacht wurden, jedoch einzelne Zahlen vergessen wurden.)

Aufgabe 2

/2 Pkt.

Eine Schulklasse hatte in einer Woche bereits zwei Drittel des Geldes für ihre Schulreise durch den Verkauf von Kuchen gesammelt. Die Klasse war jedoch überzeugt, es wäre erst die Hälfte des benötigten Geldes, weshalb sie in der zweiten Woche noch einmal so viel Geld sammelte wie in der ersten. Am Ende hatte die Klasse 80 Franken mehr als die Schulreise kostete. Wie teuer war die Schulreise?

Lösung:

Die Klasse hat $\frac{4}{3}$ der Kosten gesammelt. Die 80 Franken sind also $\frac{1}{3}$ der Kosten, die somit 240 CHF betragen.

2 Pkt. für das korrekte Resultat.

nur 1 Pkt. für $\frac{4}{3}$ der Kosten oder $\frac{1}{3}$ zu viel Geld gesammelt oder sinngemäss.

Aufgabe 3

/3 Pkt.

Verlängert man bei einem Quadrat zwei gegenüberliegende Seiten um je 4 m und verkürzt die beiden anderen Seiten um je 3 m, so entsteht ein Rechteck. Sein Flächeninhalt ist um 24 m^2 grösser als beim Quadrat. Berechne den Flächeninhalt des ursprünglichen Quadrats.

Lösung:

$$x^2 + 24 \text{ m}^2 = (x - 3 \text{ m}) \cdot (x + 4 \text{ m})$$

$$x = 36 \text{ m, also beträgt die Fläche } 1296 \text{ m}^2$$

1 Pkt. für eine korrekte Gleichung oder einen sinnvollen Ansatz

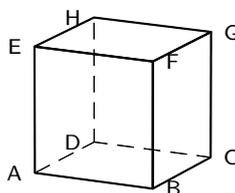
1 Pkt. für $x = 36 \text{ m}$ (oder Folgefehler)

1 Pkt. für die richtige Fläche (oder Folgefehler)

Aufgabe 4

/2 Pkt.

Der folgende Würfel kann in vier Richtungen gekippt werden: Nach vorne (Gemäss Ausgangsposition wäre dies über die Kante AB), nach hinten (über die Kante DC), nach rechts (über die Kante BC) oder nach links (über die Kante AD):



(a) Der Würfel macht folgende Kippfolge: hinten – rechts – vorne – links. Welche vier Buchstaben befinden sich unten? (1)

(b) Der Würfel wurde so gekippt, dass in der vorderen Fläche die Buchstaben BCFG stehen und zwar so, dass C unten rechts liegt. Gib eine Kippfolge an, die mit höchstens 3 Kippungen zum Ziel führt. (1)

Lösung:

(a) HDCG

(b) z. B. Nach hinten, links, vorne

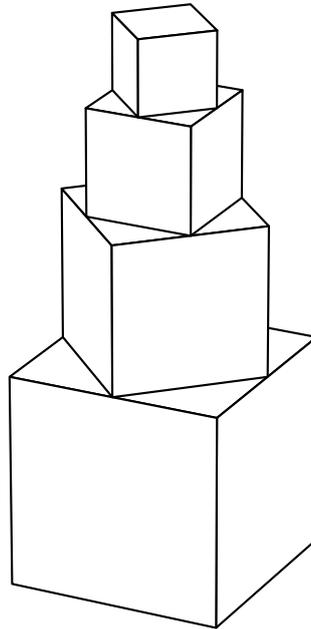
weitere Lösungen: L-V-R, R-H-L, V-R-H

je 1 Pkt. für die richtige Lösung. Keine Teilpunkte

Aufgabe 5

/4 Pkt.

Das folgende Bild zeigt einen Würfelturm, der auf dem Boden steht. Die vier Ecken der Grundfläche eines Würfels stehen jeweils genau auf der Mitte einer Kante des darunterliegenden Würfels.



- (a) Wie gross ist die Oberfläche des abgebildeten Würfelturms, die Luft-Kontakt hat, wenn das Volumen des untersten Würfels exakt 1 m^3 beträgt? (2)
- (b) Auf diese Weise werden total 100 Würfel aufeinander gestapelt. Wie viele Teil-Flächen haben dann Luft-Kontakt? Dabei zählt jedes Quadrat und jedes Dreieck als Teil-Fläche. (2)

Lösung:

(a) Die senkrecht von oben sichtbaren Deckflächen sind zusammen 1 m^2 gross. Dazu kommen die Seitenflächen, wobei sich von einem Würfel zum nächsten die Quadratflächen halbieren.

$$1 \text{ m}^2 + 4 \text{ m}^2 + 2 \text{ m}^2 + 1 \text{ m}^2 + 0.5 \text{ m}^2 = 8.5 \text{ m}^2$$

2 Pkt. für die richtige Lösung

nur 1 Pkt. für Folgefehler, wenn die Verkleinerung der Seitenfläche falsch ist.

(b) $401 \text{ Quadrate} + 4 \cdot 99 \text{ Dreiecke} = 797$

2 Pkt. für die richtige Lösung

nur 1 Pkt. für eine Lösung zwischen 798 und 801

Aufgabe 6

/3 Pkt.

Um eine quadratische Decke zu basteln, kaufst du dir im Laden Wolle. Es hat nur noch eine Packung rote Wolle, mit der du eine quadratische Decke mit 2 m Seitenlänge basteln kannst und eine Packung gelbe Wolle, die für eine quadratische Decke mit 1 m Seitenlänge reicht.

- (a) Berechne die Seitenlänge der quadratischen rot-gelben Decke die entsteht, wenn du die gesamte Wolle der beiden Packungen verwendest um diese Decke zu basteln. (2)
- (b) Wie teuer ist die Packung mit der gelben Wolle, wenn du für beide Packungen zusammen 25 Franken bezahlen musst, die Packung mit der roten Wolle jedoch 50% teurer ist als die Packung mit der gelben Wolle? (1)

Lösung:

(a) Fläche rote Decke: $A = (2 \text{ m})^2 = 4 \text{ m}^2$

Fläche der gelben Decke: $A = (1 \text{ m})^2 = 1 \text{ m}^2$

Gesamte Fläche: $A = 5 \text{ m}^2$

Seitenlänge dieser Fläche: $s = \sqrt{5 \text{ m}^2} \approx 2.34 \text{ m}$

(b) Zum Beispiel mit diesem Lösungsweg: $25 = g + 1.5 \cdot g \Rightarrow g = 10$ Franken

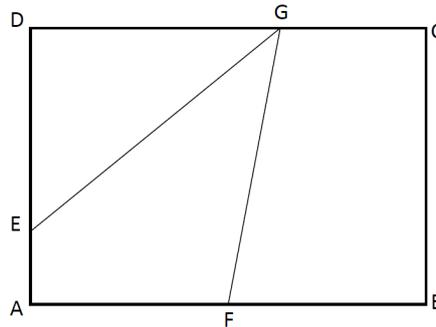
bei (a) 2 Pkt. für die richtige Lösung oder 1 Pkt. für Folgefehler. (0 Pkt. für die Antwort 3 m.)

bei (b) 1 Pkt. für die richtige Lösung (auch ohne Lösungsweg)

Aufgabe 7

/3 Pkt.

Das Rechteck $ABCD$ hat die Abmessungen: $\overline{AB} = 12$ cm und $\overline{BC} = 10$ cm. Die Strecken EG und FG teilen das Rechteck in drei flächengleiche Vielecke. Ausserdem gilt: $\overline{AF} = \overline{FB}$.



(a) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks $AFGE$. (1)

(b) Berechne die Länge der Strecke AE . (2)

Lösung:

(a) Da die Fläche des Rechtecks $ABCD$ 120 cm^2 beträgt, hat das Viereck $AFGE$ eine Fläche von 40 cm^2

1 Pkt. für die richtige Lösung, keine Teilpunkte

(b) Trapezfläche rechts: $40 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm} \cdot \frac{\overline{GC} + 6 \text{ cm}}{2} \Rightarrow \overline{GC} = 2 \text{ cm}$, also ist $\overline{DG} = 10 \text{ cm}$

Dreiecksfläche links: $40 \text{ cm}^2 = \frac{10 \text{ cm} \cdot \overline{DE}}{2} \Rightarrow \overline{DE} = 8 \text{ cm}$

Also ist $\overline{AE} = 2 \text{ cm}$

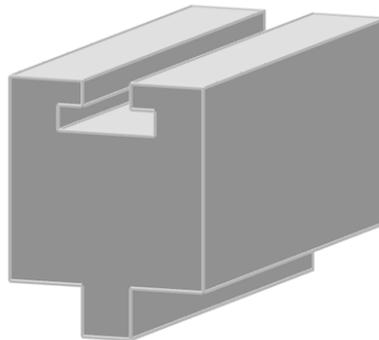
2 Pkt. für die richtige Lösung mit Herleitung

nur 1 Pkt. für richtige Berechnung beim Trapez aber ohne richtige Lösung für AE

Aufgabe 8

/2 Pkt.

Die Oberfläche dieses Körpers besteht aus zwei identischen Vielecken (Vorder- und Rückseite) und mehreren Rechtecken. Aus wie vielen Teilflächen besteht der Körper insgesamt?

**Lösung:**

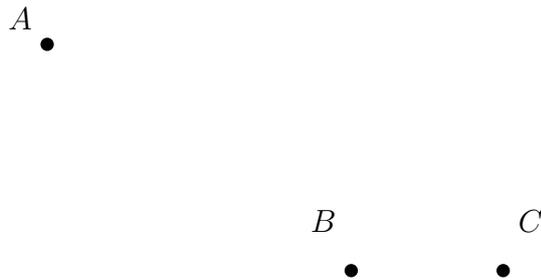
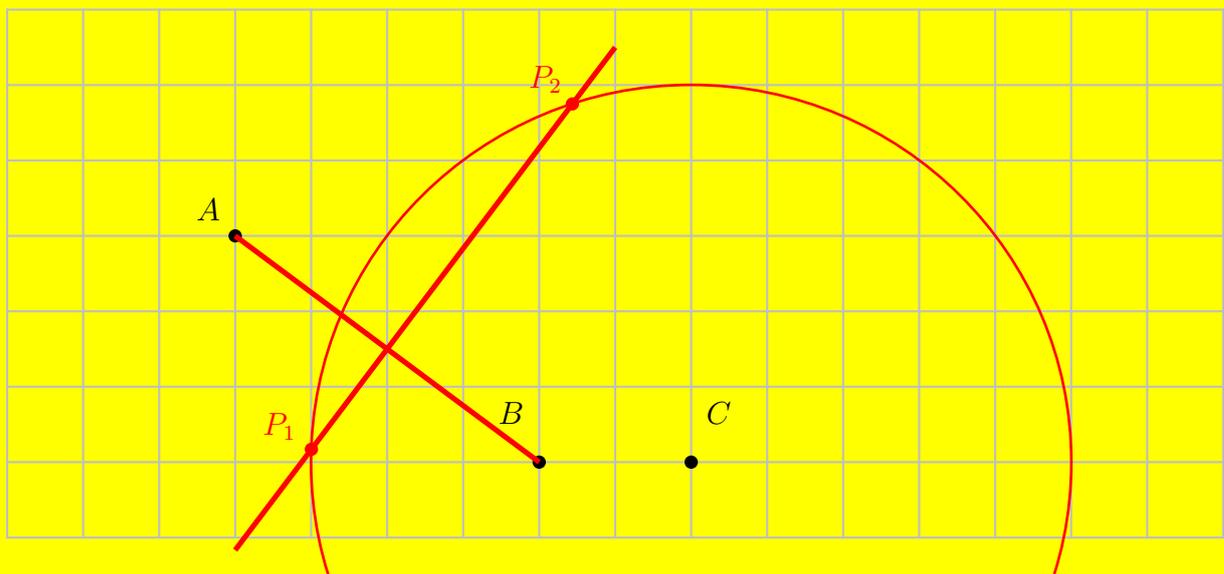
Vorder- und Rückseite +16 Rechtecke ergibt 18 Teilflächen.

2 Pkt. für die richtige Lösung, keine Teilpunkte

Aufgabe 9

/3 Pkt.

Konstruiere mit Zirkel und Lineal alle Punkte, welche gleich weit von A und B entfernt zu liegen kommen und vom Punkt C genau gleich weit entfernt sind, wie A von B entfernt ist.

**Lösung:**

1 Pkt. für Konstruktion Mittelsenkrechte durch A und B

1 Pkt. für Kreis mit Radius AB und Mittelpunkt C

0.5 Pkt. pro Schnittpunkt P_1 und P_2 .