

Aufnahmeprüfung 2023
für den Eintritt in das 1. Jahr des gymnasialen Bildungsgangs
eines Gymnasiums des Kantons Bern

Prüfung für den Übertritt aus dem 8. Schuljahr

Mathematik I

Kandidatennummer:

Name:

Vorname:

Geburtsdatum:

Bitte beachten:

- Bearbeitungsdauer: 60 Minuten
- Schreibe **nicht** mit Bleistift
- Erlaubte Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Lineal, Stifte in unterschiedlichen Farben.
- Alle Lösungsblätter sind mit Namen, Vornamen und Kandidatennummer zu versehen.
- Die Aufgaben sind unter Angabe aller **nachvollziehbaren Berechnungen** und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Antworten ohne nachvollziehbare Rechenwege geben keine Punkte.
- Die Punktzahlen der Aufgaben sind am rechten Rand angegeben, die Verteilung auf die Teilaufgaben jeweils am rechten Rand in Klammern.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Punkte	4	2	4	3	2	3	2	3	3	4	30
Erreicht											

Information zur Korrektur**Punkteverteilung: gemäss Lösungsschlüssel****Teilpunkte sind nur zulässig, falls diese im Lösungsschlüssel erwähnt sind.****Antworten ohne nachvollziehbaren Lösungsweg ergeben keine Punkte (Ausnahmen: A 2 und A 7).****Aufgabe 1**

/4 Pkt.

Berechne und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an:

(a) $\left(\frac{22}{11} + \frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{3}$ (2)

Lösung:

$$\left(\frac{22}{11} + \frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{6}{3} + \frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{3} \div \frac{5}{3} = \frac{7}{5} \quad \left(1\frac{2}{5} \text{ ist ebenfalls richtig}\right)$$

1 P. für korrekte Addition der Brüche

1 P. für korrekte und vollständig gekürzte Lösung

(b) $\left(\frac{30}{15} - \frac{7}{49}\right) \cdot \left(\frac{30}{15} + \frac{7}{49}\right)$ (2)

Lösung:

$$\left(\frac{30}{15} - \frac{7}{49}\right) \cdot \left(\frac{30}{15} + \frac{7}{49}\right) \Leftrightarrow \left(2 - \frac{1}{7}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{7}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{13}{7}\right) \cdot \left(\frac{15}{7}\right) = \frac{195}{49} \quad \left(3\frac{48}{49} \text{ ist ebenfalls richtig}\right)$$

Lösungsweg via 3. binomischer Formel auch in Ordnung

1 P. für richtiges Ergebnis

1 P. für korrekt gekürztes Endresultat oder korrektes Kürzen während der Rechnung

Aufgabe 2

/2 Pkt.

Ordne der Grösse nach. Schreibe jeweils den Ausdruck an die richtige Stelle in der Tabelle:

$\frac{3}{8}$ von 104	$\frac{111}{3}$	$2.5 \cdot \frac{380}{25}$	$34 + \frac{26}{5}$
-----------------------	-----------------	----------------------------	---------------------

	<		<		<	
--	---	--	---	--	---	--

Lösung:

$$\left(\frac{111}{3} = 37; \quad 2.5 \cdot \frac{380}{25} = 38; \quad \frac{3}{8} \text{ von } 104 = 39; \quad 34 + \frac{26}{5} = 39.2 \right)$$

$$2 \text{ P. } \frac{111}{3} < 2.5 \cdot \frac{380}{25} < \frac{3}{8} \text{ von } 104 < 34 + \frac{26}{5}$$

$$1 \text{ P. } \frac{111}{3} < 2.5 \cdot \frac{380}{25} < 34 + \frac{26}{5} < \frac{3}{8} \cdot \text{von } 104$$

$$1 \text{ P. } \frac{111}{3} < \frac{3}{8} \text{ von } 104 < 2.5 \cdot \frac{380}{25} < 34 + \frac{26}{5}$$

$$1 \text{ P. } \frac{111}{3} < \frac{3}{8} \text{ von } 104 < 34 + \frac{26}{5} < 2.5 \cdot \frac{380}{25}$$

$$1 \text{ P. } \frac{111}{3} < 34 + \frac{26}{5} < 2.5 \cdot \frac{380}{25} < \frac{3}{8} \text{ von } 104$$

$$1 \text{ P. } 2.5 \cdot \frac{380}{25} < \frac{111}{3} < \frac{3}{8} \text{ von } 104 < 34 + \frac{26}{5}$$

$$1 \text{ P. } \frac{3}{8} \text{ von } 104 < \frac{111}{3} < 2.5 \cdot \frac{380}{25} < 34 + \frac{26}{5}$$

$$1 \text{ P. } 34 + \frac{26}{5} < \frac{111}{3} < 2.5 \cdot \frac{380}{25} < \frac{3}{8} \text{ von } 104$$

Alle anderen Anordnungen ergeben 0 Punkte.

Aufgabe 3

/4 Pkt.

Berechne x und gib das Resultat als **vollständig gekürzten Bruch** an:

(a) $2 \cdot (2x + 3) - 3x = \frac{1}{2}$ (2)

Lösung:

$$2 \cdot (2x + 3) - 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4x + 6 - 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x + 6 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2} \quad (-5\frac{1}{2} \text{ ist ebenfalls richtig})$$

1 P. linke Gleichungsseite richtig umgeformt

1 P. für korrekte Lösung

(b) $\frac{2x}{3} - \frac{2}{5} = \frac{3}{2}$ (2)

Lösung:

$$\frac{2x}{3} - \frac{2}{5} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 20x - 12 = 45 \Leftrightarrow 20x = 57 \Leftrightarrow x = \frac{57}{20} \quad (2\frac{17}{20} \text{ ist ebenfalls richtig})$$

1 P. Nenner freie Gleichung

1 P. für korrekte Lösung

Aufgabe 4

/3 Pkt.

Eine Wasserröhre liefert 20 Liter Wasser pro Minute. Ein Brunnen fasst gesamthaft 900 Liter Wasser und ist bereits zu zwei Fünfteln gefüllt. Wie lange dauert es noch, bis der Brunnen zu zwei Dritteln gefüllt ist?

Lösung:

$$\text{Füllstand Anfang: } 900 \text{ l} \cdot \frac{2}{5} = 360 \text{ l}$$

$$\frac{2}{3} \text{ Füllstand } 900 \text{ l} \cdot \frac{2}{3} = 600 \text{ l}$$

$$\text{Noch zu füllen: } 600 \text{ l} - 360 \text{ l} = 240 \text{ l}$$

$$\text{Dauer bis } \frac{2}{3} \text{ Füllstand: } 240 \text{ l} \div 20 \text{ l/min} = 12 \text{ min}$$

1 P. «Füllstand Anfang» korrekt

1 P. «Noch zu füllen» richtig berechnet

1 P. für richtiges Endresultat

Aufgabe 5

/2 Pkt.

Getreidebauer Joe erhöhte seine Produktion vom Jahr 2021 auf das Jahr 2022 um 25 Prozent. Im Jahr 2022 produzierte er 50 Tonnen Getreide. Wie viel Getreide produzierte er im Jahr 2021?

Lösung:

$$x \cdot 1.25 = 50 \text{ t}$$

$$x = 40 \text{ t}$$

1 P. für das Aufstellen eines korrekten Lösungswegs

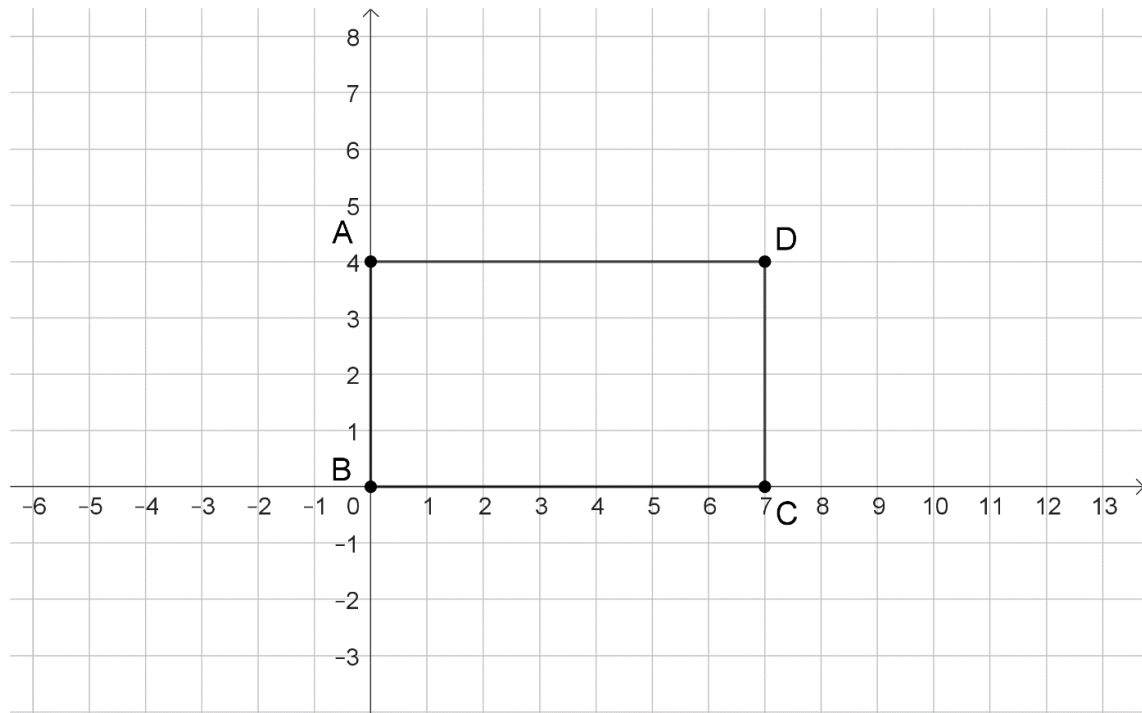
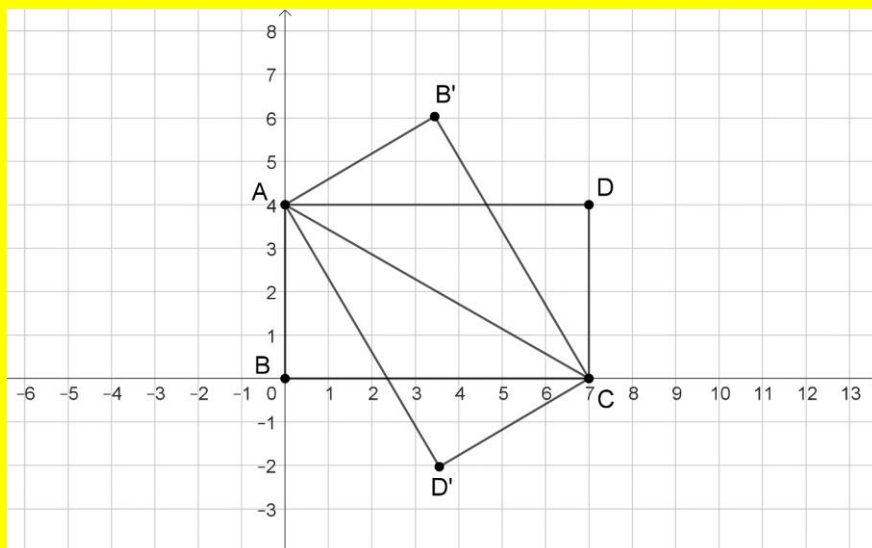
1 P. für richtige Lösung

Aufgabe 6

/3 Pkt.

(a) Spiegle das Rechteck $ABCD$ entlang der Diagonalen \overline{AC} (egal ob mit dem Geodreieck oder mit Zirkel und Lineal). Beschrifte die Bildpunkte korrekt.

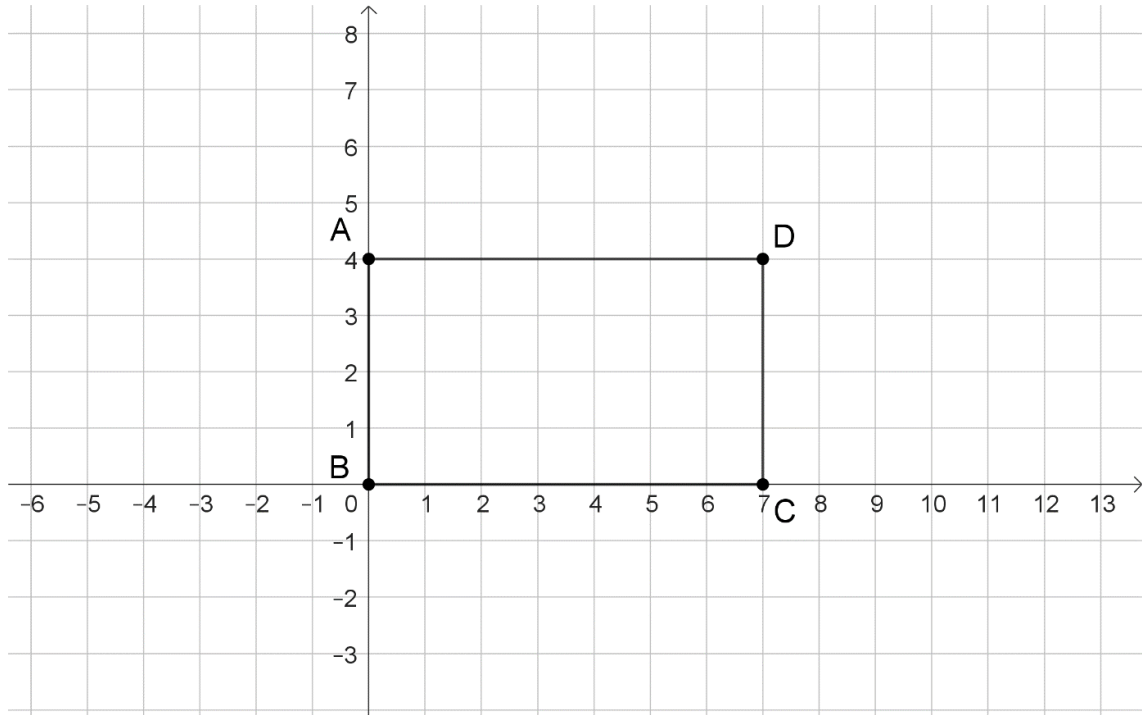
(1)

**Lösungen:**

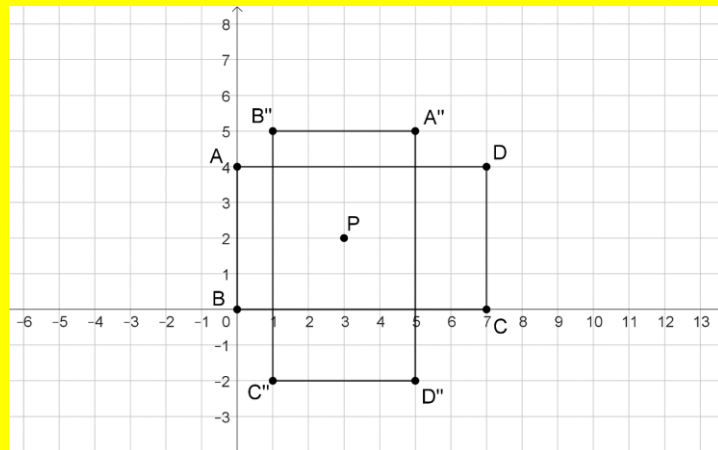
1 P. für korrektes Bild mit beschrifteten Bildpunkten

0.5 P. falls Bildpunkte nicht beschriftet sind ($A=A'$ und $C=C'$ wird nicht verlangt, um die volle Punktzahl zu erreichen).

- (b) Rotiere das Rechteck $ABCD$ um 270° im Gegenuhrzeigersinn um den Punkt $P(3|2)$.
Zeichne den Punkt P auch ein und beschrifte wiederum alle Bildpunkte korrekt. (2)



Lösungen:



- 1 P. Bild korrekt gezeichnet
0.5 P. für Bildpunkte korrekt beschriftet
0.5 P. für «Punkt P» korrekt eingezeichnet

Aufgabe 7

Fülle die Lücken aus:

/2 Pkt.

(a) $256'800 \text{ kg} = \underline{\hspace{2cm}} \cdot 10^6 \text{g}$ (1)

(b) $0.17 \text{ m} \cdot 50 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ l}$ (1)

Lösungen:

(a) $256'800 \text{ kg} = 256.8 \cdot 10^6 \text{g}$

1 P. für richtiges Resultat

(b) $0.17 \text{ m} \cdot 50 \text{ cm}^2 = 17 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}^2 = 850 \text{ cm}^3 = 0.850 \text{ l}$

1 P. für richtiges Resultat

Aufgabe 8 (zwei voneinander unabhängige Teilaufgaben)

/3 Pkt.

- (a) Eine Schafherde besteht aus Tieren, die unterschiedlichen Besitzern gehören. Ende Winter holen die Besitzer ihre Tiere wieder zu sich. Letzte Woche wurden 75% aller Schafe abgeholt. Diese Woche werden vier Fünftel des Restes geholt. Es bleiben noch 22 Tiere übrig. Wie viele Tiere waren es am Anfang? (2)

- (b) Ein Quader mit quadratischer Grundfläche hat ein Volumen von 96 m^3 und eine Höhe von 6 m. Wie breit ist der Quader? (1)

Lösung:

- (a) 22 Tiere $\Rightarrow \frac{1}{5}$ des Rests \Rightarrow 110 Tiere entsprechen dem Rest.

1 P. 110 Tiere sind 25 %.

1 P. 440 Tiere waren es zu Beginn.

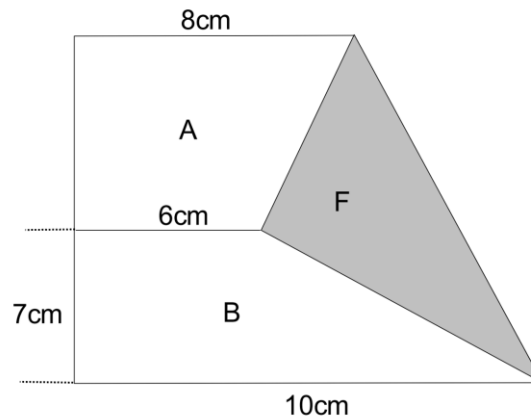
- (b) $\sqrt{(96 \text{ m}^3 : 6 \text{ m})} = 4 \text{ m}$, der Quader ist 4 m breit.

1 P. für richtiges Resultat

Aufgabe 9

/3 Pkt.

Aus 100 viereckigen Blechen mit 2 mm Dicke wird jeweils die graue Figur F entsprechend der untenstehenden Abbildung hergestellt. Die Flächeninhalte von Figuren A und B sind gleich gross. Wie viel cm^3 grau eingefärbtes Blech wird für die Herstellung aller Figuren F benötigt?



Lösung:

$$B = 7 \cdot \frac{6+10}{2} = 56 \text{ cm}^2 \Rightarrow B = 56 \text{ cm}^2$$

$$h_A = 56 : \frac{6+8}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Fläche der gesamten Figur: } 15 \cdot \frac{10+8}{2} = 135 \text{ cm}^2$$

$$\text{Fläche der grauen Figur F: } 135 \text{ cm}^2 - 2 \cdot 56 \text{ cm}^2 = 23 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen an Blech, das benötigt wird: } \Rightarrow 100 \cdot (23 \text{ cm}^2 \cdot 0.2 \text{ cm}) = 460 \text{ cm}^3$$

1 P. für korrekte Höhe h_A

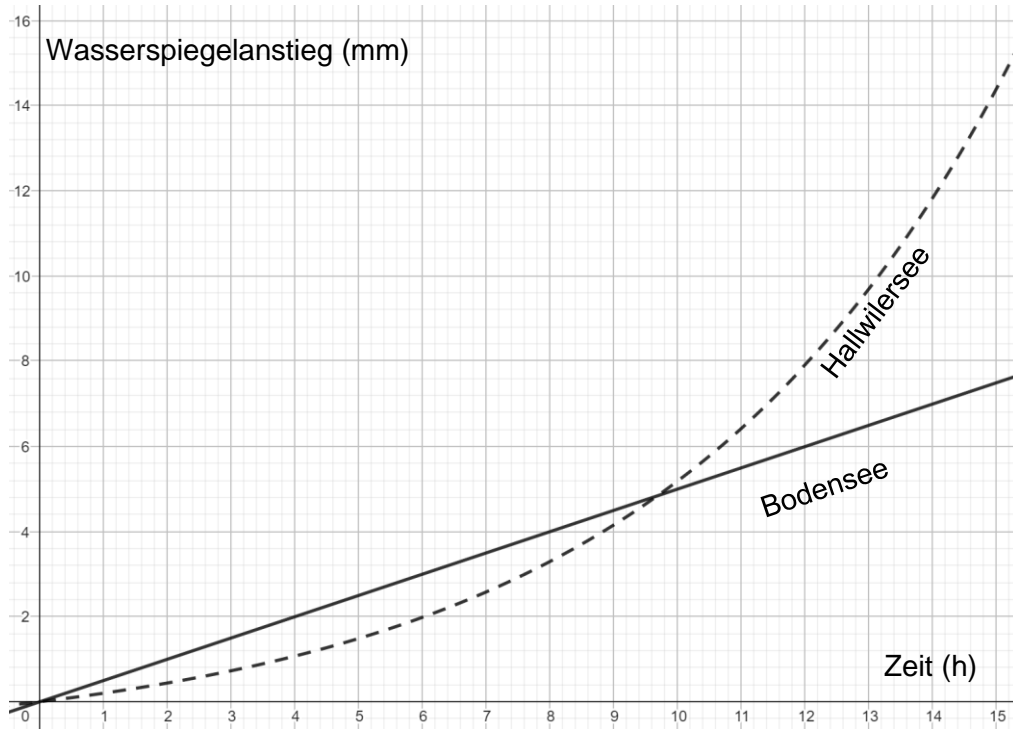
1 P. für korrekte Fläche der Figur F

1 P. für korrektes Endresultat **mit** Einheiten

Aufgabe 10

/4 Pkt.

Die beiden Funktionsgraphen zeigen den gemessenen Wasserspiegelanstieg in mm des Hallwilersees (gestrichelte Linie) und des Bodensees (ausgezogene Linie) während eines Zeitabschnitts von 15 Stunden.



- (a) Gib an, nach wie vielen Stunden die Wasserspiegel der beiden Seen zusammen um 5 mm angestiegen sind? (1)

Lösung:

Nach 6 h

1. P. für korrekte Lösung

- (b) Woran erkennst Du, welcher der beiden Seen den grösseren Wasserspiegelanstieg nach 14 Stunden hat und ab welchem Zeitpunkt hat dieser See den grösseren Wasserspiegelanstieg? (0.5)

Lösung:

Der Graph des Hallwilersees liegt über dem Graphen des Bodensees ab ca. 9.75 h.

0.5 P. für korrekte Lösung (Toleranzbereich [9.25 h, 10 h])

- (c) Der Hallwilersee hat eine Fläche von 10 km^2 . Die Messstelle am Hallwilersee verzeichnet zu Beginn der Aufzeichnung 310 m . Welches Wasservolumen (in m^3) befindet sich nach 14 Stunden im Hallwilersee? (1.5)

Lösung:

Hallwilersee (14) = 12 mm

⇒ Wasserstand* des Hallwilersees nach 14 h: 310.012 m

Grundfläche Hallwilersee: $10'000'000 \text{ m}^2$

Somit beinhaltet der Hallwilersee nach 14 h:

$$310.012 \text{ m} \cdot 10'000'000 \text{ m}^2 = 3'100'120'000 \text{ m}^3$$

0.5 P. für Wasserstand (*) des Hallwilersees nach 14 h

1 P. für korrekte Endlösung

- (d) Der Wasserspiegel des Bodensees ist auch in den folgenden 20 Stunden gleichmässig wie in den ersten 15 Stunden angestiegen.
Welcher Wasserspiegelanstieg wird nach 26.5 Stunden seit Beginn der Messung erreicht? (1)

Lösung:

Der Wasserspiegelanstieg des Bodensees nach 26.5 Stunden entspricht 13.25 mm (alle zwei Stunden steigt der Wasserspiegel um 1 mm an).

1 P. für korrekte Lösung